



METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Factorizar trinomios aplicando el caso de trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

9

Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$

Explora

Las utilidades de una empresa procesadora de alimentos se modelan con la expresión $U = 3x^2 - 35x + 100$.



- ¿Para cuáles valores de x la compañía no tendría pérdidas ni ganancias?

Ten en cuenta

$$a \cdot b = 0$$

$$\text{si } a = 0 \text{ o } b = 0$$

La expresión $U = 3x^2 - 35x + 100$ corresponde a un trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$. Para factorizar este trinomio, se multiplica y se divide por 3.

$$\frac{3}{3} (3x^2 - 35x + 100) = \frac{3^2x^2 - 3(35x) + 300}{3}$$

El numerador se expresa en la forma $y^{2n} + by^n + d$, así:

$$\frac{(3x)^2 - 35(3x) + 300}{3}$$

Para factorizar el denominador, se buscan dos números p y q para los cuales $p + q = -35$ y $pq = 300$. Esos números son -15 y -20 . Es decir:

$$\frac{(3x)^2 - 35(3x) + 300}{3} = \frac{(3x - 15)(3x - 20)}{3}$$

Se obtiene el factor común del primer factor del numerador y se simplifican términos:

$$\frac{3(x - 5)(3x - 20)}{3} = (x - 5)(3x - 20).$$

Al resolver la ecuación $(x - 5)(3x - 20) = 0$, se conocen los valores de x , en los que la empresa no tendría pérdidas ni ganancias. Esto es con $x = 5$ o $x = \frac{20}{3}$.

Un trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^{2n} + c$, con un número entero n , se factoriza transformándolo en un polinomio de la forma $y^{2n} + by^n + d$.

Para factorizar un trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$ se sigue este procedimiento:

- Se multiplica y se divide el polinomio por el coeficiente del primer término. $\frac{a}{a} (ax^{2n} + bx^n + c) = \frac{a^2x^{2n} + a(bx^n) + ac}{a}$
- Se expresa el numerador como un trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$. $\frac{(ax^n)^2 + b(ax^n) + ac}{a}$
- Se factoriza la expresión del numerador como $(ax + p)(ax + q)$, donde $p + q = b$ y $pq = ac$. $\frac{(ax^n + p)(ax^n + q)}{a}$
- Cuando sea posible, se simplifica a .

Actividad resuelta

Ejercitación

- Factoriza el polinomio $5x^2 + 6x + 1$.

Solución:

- Se multiplica el polinomio por $\frac{5}{5}$. $\frac{5^2x^2 + 5(6x) + 5}{5}$
- Se expresa el numerador de la forma $y^2 + by + d$. $\frac{(5x)^2 + 6(5x) + 5}{5}$
- Se buscan p y q , tales que $pq = 5$ y $p + q = 6$. $\rightarrow p = 5$ y $q = 1$
- Se expresa el trinomio factorizado. $\frac{(5x + 5)(5x + 1)}{5}$
- Si es posible, se saca factor común. $\frac{5(x + 1)(5x + 1)}{5}$
- Se simplifica y se expresa el polinomio factorizado. $\rightarrow (x + 1)(5x + 1)$



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

FUENTE: Ministerio de educación del Ecuador. (2016, p. 112). Factorización de trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$.

RECURSOS

RECURSO 1 (FACTORIZACIÓN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^{2n} + bx^n + c$)

<https://www.youtube.com/watch?v=xZHGL-RUqHs&t=161s>

RECURSO 2 (MÉTODO DIRECTO FACTORIZACIÓN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^{2n} + bx^n + c$)

<https://www.youtube.com/watch?v=GTR1SAedJy4>

ACTIVIDADES

1.

Trinomio $15m^2 - 23m + 4$

Paso 1 Multiplicar y dividir por 15

$$\frac{15 \cdot 15m^2 - 15 \cdot 23m + 15 \cdot 4}{15}$$

Reorganiza

$$\frac{(15m)^2 - 23 \cdot (15m) + 60}{15}$$

Se simplifica el numerador para expresarlo como un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

$$\frac{(15m \pm \text{■}) \cdot (15m \pm \text{■})}{15} \rightarrow \text{con dos números que: } \left(\begin{array}{l} \text{multiplicados den } \text{■} \\ \text{que sumados den } \text{■} \end{array} \right)$$

$$\frac{(15m \text{) } \cdot (15m \text{)}}{15} \leftarrow \text{Son } \text{■} \text{ y } \text{■}$$

Según el gráfico de proceso, ¿Cuales son los dos números que multiplicados dan +60 y sumados dan -23 ?

- Son 20 y -3
- Son -23 y -3
- Son -20 y 3
- Son -20 y -3



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

2.

Trinomio $6m^2 + 11m + 4$

Paso 1 Multiplicar y dividir por 6

$$\frac{6 \cdot 6m^2 + 6 \cdot 11m + 6 \cdot 4}{6}$$

$$\frac{(6m)^2 + 66m + 24}{6}$$

Reorganiza

Se simplifica el numerador para expresarlo como un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

$$\frac{(6m \pm \text{■}) \cdot (6m \pm \text{■})}{6} \rightarrow \text{con dos números que: } \begin{pmatrix} \text{multiplicados den } 24 \\ \text{que sumados den } 11 \end{pmatrix}$$

$$\frac{(6m \text{)} \cdot (6m \text{)}}{6} \leftarrow \text{Son y}$$

Al seguir el proceso, ¿Cuales son los 2 números que al multiplicarse dan 24 y al sumarse dan 11?

- 8 y 3
- 24 y 11
- 6 y 4
- 10 y 1

3.

$$\frac{(3m + 5) * (3m + 3)}{3}$$

En un paso intermedio de la factorización $ax^{2n} + bx^n + c$ se obtuvo la siguiente expresión: ¿Cual es el resultado final de la factorización?

- $(3m + 5) * (m + 3)$
- $(3m + 5) * (3m + 1)$
- $(3m + 5) * (m + 1)$
- $(3m + 5) * (3m + 3)$



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

4.

Trinomio $6m^2 + 11m + 4$

Paso 1 Multiplicar y dividir por 6

$$\frac{6 \cdot 6m^2 + 6 \cdot 11m + 6 \cdot 4}{6}$$

Reorganiza

$$\frac{(6m)^2 + \color{red}{\boxed{1}} \cdot (6m) + \color{red}{\boxed{2}}}{6}$$

Se simplifica el numerador para expresarlo como un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

$$\frac{(6m \pm \color{blue}{\boxed{4}}) \cdot (6m \pm \color{blue}{\boxed{1}})}{6} \rightarrow \text{con dos números que: } \begin{pmatrix} \text{multiplicados den } \color{red}{\boxed{24}} \\ \text{que sumados den } \color{red}{\boxed{11}} \end{pmatrix}$$

$$\frac{(6m + 8) \cdot (6m + 3)}{6}$$

Son 8 y 3

Al seguir el proceso se puede evidenciar que el resultado de la factorización es:

- $(3m + 4) \cdot (6m + 3)$
- $(3m + 4) \cdot (2m + 1)$
- $(6m + 8) \cdot (2m + 1)$
- $(6m + 8) \cdot (6m + 3)$

JUSTIFICAR LA RESPUESTA DADA EN ESTE PUNTO.

5. Al factorizar $2x^2 + 5x + 3$ se obtiene:

- $(2x + 1) \cdot (3x + 1)$
- $(2x + 3) \cdot (x + 1)$
- $(3x + 2) \cdot (x + 1)$
- $(2x + 1) \cdot (x + 3)$

JUSTIFICAR LA RESPUESTA DADA EN ESTE PUNTO.



EJEMPLOS

Factorizar:

$$1. 4x^2 - 50x + 150 = \frac{4(4x^2 - 50x + 150)}{4} = \frac{4^2x^2 - 4(50x) + 4(150)}{4} = \frac{(4x)^2 - 50(4x) + 600}{4}$$

$$= \frac{(4x - 20)(4x - 30)}{4} = \frac{4(x - 5)(4x - 30)}{4} = (x - 5)(4x - 30)$$

$$2. 5x^2 + 4x - 12 = \frac{5(5x^2 + 4x - 12)}{5} = \frac{5^2x^2 + 5(4x) - 5(12)}{5} = \frac{(5x)^2 + 4(5x) - 60}{5}$$

$$= \frac{(5x + 10)(5x - 6)}{5} = \frac{5(x + 2)(5x - 6)}{5} = (x + 2)(5x - 6)$$

$$3. 6x^2 + 5x - 25 = \frac{6(6x^2 + 5x - 25)}{6} = \frac{6^2x^2 + 6(5x) - 6(25)}{6} = \frac{(6x)^2 + 5(6x) - 150}{6}$$

$$= \frac{(6x + 15)(6x - 10)}{6} = \frac{3(2x + 5)2(3x - 5)}{6} = \frac{6(2x + 5)(3x - 5)}{6} = (2x + 5)(3x - 5)$$

$$4. 4x^4 + 8x^2 + 3 = \frac{4(4x^4 + 8x^2 + 3)}{4} = \frac{4^2x^4 + 4(8x^2) + 4(3)}{4} = \frac{(4x^2)^2 + 8(4x^2) + 12}{4}$$

$$= \frac{(4x^2 + 6)(4x^2 + 2)}{4} = \frac{2(2x^2 + 3)2(2x^2 + 1)}{4} = \frac{4(2x^2 + 3)(2x^2 + 1)}{4} = (2x^2 + 3)(2x^2 + 1)$$

$$5. 3x^6 - x^3 - 2 = \frac{3(3x^6 - x^3 - 2)}{3} = \frac{3^2x^6 - 3(1x^3) - 3(2)}{3} = \frac{(3x^3)^2 - 1(3x^3) - 6}{3}$$

$$= \frac{(3x^3 - 3)(3x^3 + 2)}{3} = \frac{3(x^3 - 1)(3x^3 + 2)}{3} = (x^3 - 1)(3x^3 + 2)$$

Nota. En este último punto se escribió el número 1 en el tercer paso para que sea más evidente el procedimiento efectuado, pero no era necesario por ser un coeficiente.

Puede observarse que en el paso 3 del desarrollo de cada ejercicio se hace una inversión de números (en los factores intermedios) para que quede el mismo término dentro del paréntesis en el primer y segundo términos y posteriormente se emplea el mismo proceso del caso de factorización anterior, es decir el de **factorización de trinomios de la forma** $x^{2n} + bx^n + c$ y aplicando normalmente después el caso de **factor común** para finalmente simplificar.



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PLAZOS DE ENTREGA

- Desarrolla ejercicios y problemas cuidando procesos (los procedimientos o argumentaciones son fundamentales para la valoración de las actividades planteadas)
- Hace entrega de trabajo propuesto puntualmente y debidamente presentado
- Demuestra compromiso, responsabilidad y honestidad en el taller entregado

NOTA. Este trabajo podrá ser efectuado manualmente, luego debe realizar registro fotográfico de manera tal que esté ordenado, sea nítido y legible para enviar al correo indicado en un sólo archivo.

Adicionalmente tome en cuenta que puede omitir enunciados en el desarrollo de los puntos, es decir, no es necesario transcribir lo requerido, solo solucionar los ejercicios propuestos.

Recuerde adjuntar en ASUNTO los datos de **nombre completo, grado, asignatura, nombre del taller enviado y/o fecha**. Tenga presente verificar el **correo de envío de su docente**.

También tenga en cuenta que de enviar su trabajo después de la fecha límite, su nota se verá afectada, por cuanto su valoración no se realizará sobre el nivel de desempeño superior.

La entrega máxima de este trabajo será al culminar el día 01 de Octubre de 2021

INFORMACIÓN DE CONTACTO

DOCENTE

- Nombre: Ana María García Soto
- Grupos: 8C VIRTUAL
- Correo: anamgarcias.21@gmail.com
- Número de contacto: 3113604693