Instituto Universitario de Caldas

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

ASIGNATURA: GEOMETRÍA   SEMANA DE TRABAJO: 26-30 DE ABRIL

Guía elaborada por: Ana María García Soto

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Dominar el concepto de proporción y comprender las relaciones de semejanza y equivalencia entre polígonos en la aplicación del Teorema de Tales.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

TEOREMA DE TALES

Cuando en geometría hablemos del **Teorema de Tales (o Thales)**, debemos aclarar a cuál nos referimos ya que existen **dos teoremas** atribuidos al matemático griego **Tales de Mileto** en el siglo VI a. C.

El primero de ellos se refiere a la **construcción de un triángulo** que sea **semejante** a otro existente (TRIÁNGULOS SEMEJANTES SON LOS QUE TIENEN IGUALES ÁNGULOS)

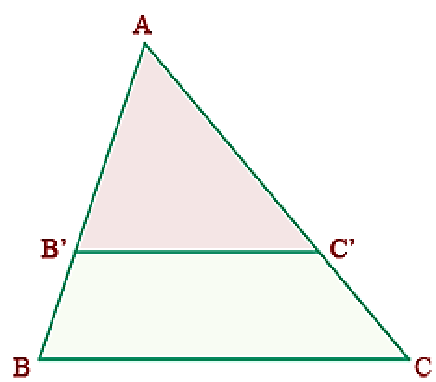
PRIMER TEOREMA

Como definición previa al enunciado del teorema, es necesario establecer que dos triángulos son **semejantes** si tienen los ángulos correspondientes iguales y sus lados son proporcionales entre sí. El primer teorema de Tales recoge uno de los postulados más básicos de la geometría, a saber, que:

Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtienen dos triángulos semejantes.

Entonces, veamos el **primer Teorema de Tales en un triángulo**:

Dado un **triángulo ABC**, si se traza un **segmento paralelo, B'C',** a uno de los **lados** del triángulo, se obtiene otro **triángulo AB'C'**, cuyos **lados** son **proporcionales** a los del **triángulo ABC**.

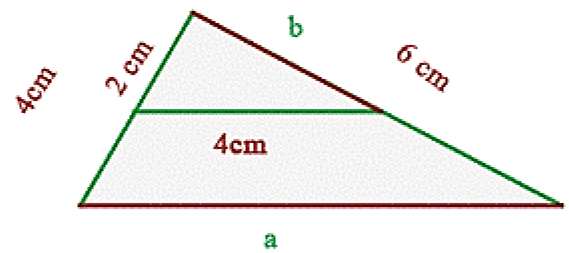


Lo que se traduce en la fórmula

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Hagamos un ejercicio como ejemplo:

En el triángulo de abajo, hallar las medidas de los segmentos **a** y **b**.



Aplicamos la fórmula, y tenemos

$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4} \qquad a = 8\ \text{cm}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b} \qquad b = 3\ \text{cm}$$

Como vemos, la principal aplicación del teorema, y la razón de su fama, se deriva del establecimiento de la condición de semejanza de triángulos, a raíz de la cual se obtiene el siguiente corolario.

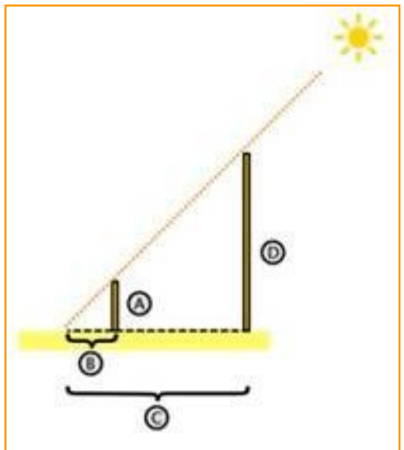
COROLARIO

Al establecer la existencia de una relación de semejanza entre ambos triángulos se deduce la necesaria proporcionalidad entre sus lados. Ello significa que la razón entre la longitud de dos de ellos en un triángulo se mantiene constante en el otro.

Por ejemplo, en la figura de arriba se observan dos triángulos que, en virtud del Teorema de Tales, son semejantes. Entonces, como corolario, el cociente entre los lados A y B del triángulo pequeño es el mismo que el cociente entre los lados D y C en el triángulo grande.

En virtud del teorema de Tales, ambos triángulos son semejantes y se cumple que:

$$\frac{A}{B} = \frac{D}{C}$$



Una aplicación del Teorema de Tales.

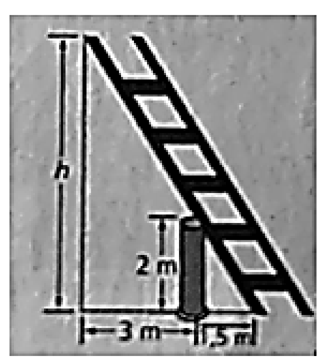
EJEMPLO DE MUESTRA

Un obrero apoya una escalera sobre una pared y atraviesa un palo de 2m para ayudarla a sostener. La situación se modela en la figura. ¿A qué altura está el borde superior de la escalera del piso?

Para hallar h se establece la siguiente proporción:

$$\frac{h}{2} = \frac{4{,}5}{1{,}5} \Rightarrow h = \frac{4{,}5 * 2}{1{,}5} = \frac{9}{1{,}5} \Rightarrow h = 6m$$

Por lo tanto, el borde superior de la escalera está a 6m del piso.

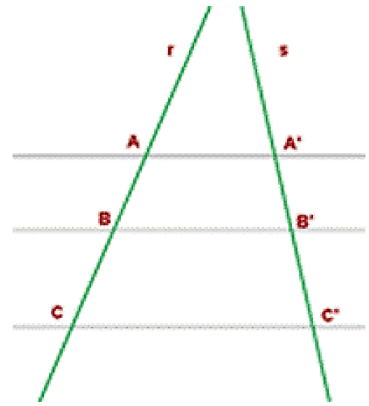


OTRA VARIANTE DEL TEOREMA DE TALES

Del primer teorema de Tales se deduce además lo siguiente (realmente es otra variante de dicho teorema, y, a su vez, consecuencia del mismo):

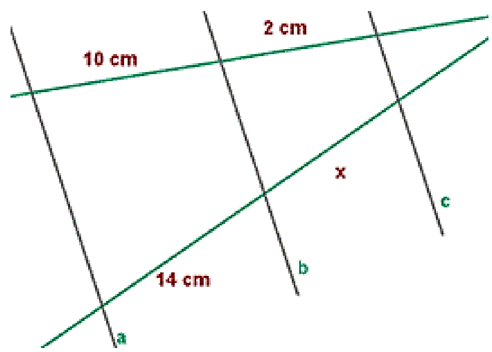
Si dos rectas cualesquiera (r y s) se cortan por varias rectas paralelas (AA', BB', CC') los segmentos determinados en una de las rectas (AB, BC) son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra (A'B', B'C').

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Ejemplos

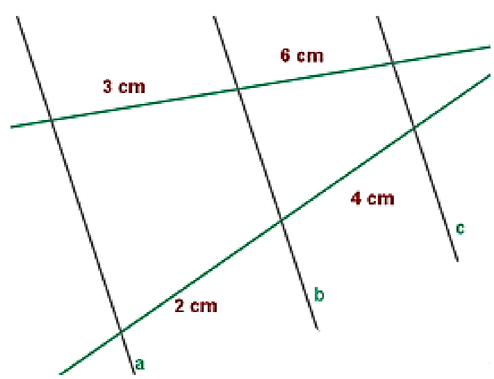
1. Las rectas a, b y c son paralelas. Hallar la longitud de x.



$$\frac{14}{10} = \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{14 \cdot 2}{10} = 2{,}8\ \text{cm}$$

2. Las rectas a, b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b?



Sí, porque se cumple el **teorema de Thales**.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} \qquad 12 = 12$$

FUENTE: PROFESOR EN LÍNEA. (2015). Teorema de Tales. Recuperado de: https://www.profesorenlinea.cl/geometria/Teorema_de_Tales.html

RECURSOS

RECURSO 1 (TEOREMA DE TALES)

LIBRO VAMOS A APRENDER MATEMÁTICAS – GRADO 9° (PÁG. 82)

RECURSO 2 (HALLE LA MEDIDA DE X - TEOREMA DE TALES)

https://www.youtube.com/watch?v=rLFDDap2Ne0

RECURSO 3 (PROBLEMA DE APLICACIÓN – TEOREMA DE TALES)

https://www.youtube.com/watch?v=W7tb0vsCQRk

RECURSO 4 (TEOREMA DE THALES – PROPORCIONALIDAD)

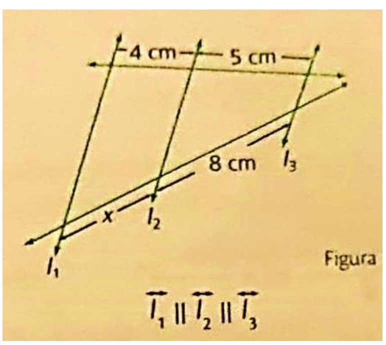
https://www.youtube.com/watch?v=iD4rlq0pc5Q

ACTIVIDADES

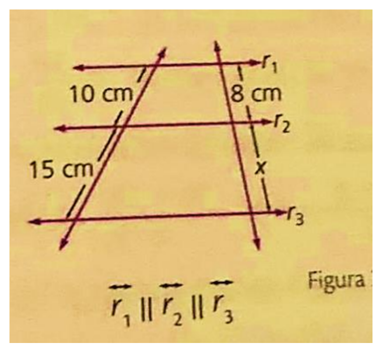
ACTIVIDAD 1

Encontrar la longitud desconocida en las figuras

a.



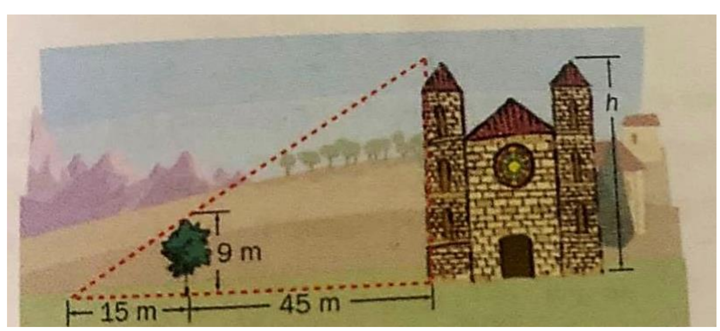
b.



ACTIVIDAD 2

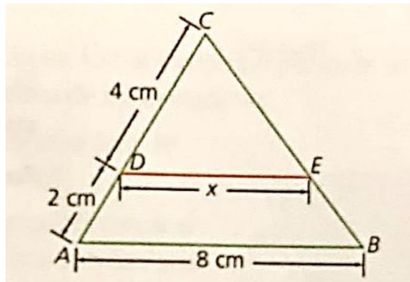
Para determinar la altura de la torre de una iglesia se midió la altura y la sombra que proyecta un árbol como se observa en la figura.

Calcular la altura de la torre de la iglesia.



ACTIVIDAD 3

Hallar el valor de x. Tomar en cuenta que los segmentos AB y DE son paralelos.



ASIGNATURA: GEOMETRÍA SEMANA DE TRABAJO: 10-14 DE MAYO

Guía elaborada por: Ana María García Soto

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Resolver ejercicios a partir de la información gráfica, valiéndose de su percepción o habilidades visuales.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

RETOS GEOMÉTRICOS

La geometría es uno de los temas de las Matemáticas que tiene más importancia para la humanidad y su desarrollo. Se relaciona, de manera directa o indirecta, con múltiples actividades que se realizan ya sea para el progreso de la sociedad, el estudio o para la recreación. ¿Por qué es importante estudiar geometría? La respuesta a esta pregunta lleva a reflexionar sobre el nacimiento de la geometría y en cómo el ser humano, a través de la percepción de las formas, del espacio que lo rodea y la necesidad de crear y transformar el mundo en el que vive, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de los sentidos. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad. Aún hoy la geometría se constituye en el lenguaje a través del cual entendemos nuestra realidad. La importancia de esta rama de las Matemáticas se ha reconocido por los beneficios cognitivos que conlleva su estudio. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MENC) (2004) afirma: La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. (p. 1) La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las Matemáticas y le prepara mejor para entender el mundo que lo rodea; además, son muchas las aplicaciones de las Matemáticas que poseen un componente geométrico.

FUENTE: UNICIENCIA VOL.27. (2013, p. 75). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. Recuperado de: file:///D:/IUC/TRABAJO%20VIRTUAL%20IUC/ACERTIJOS/Dialnet-ElModeloDeVanHieleYLaEnsenanzaDeLaGeometria-4945319.pdf

RECURSOS

RECURSO 1 (LA GEOMETRÍA QUE NOS RODEA)

https://www.youtube.com/watch?v=HpeeggffgHE

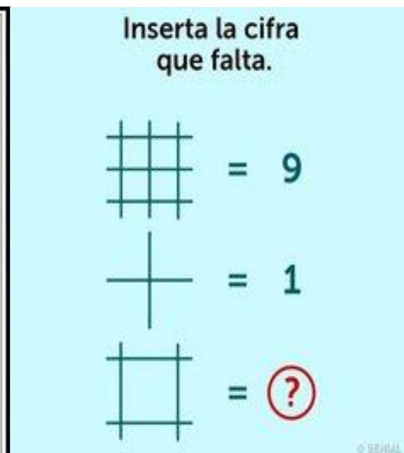
RECURSO 2 (4 ILUSIONES ÓPTICAS QUE TE HARÁN ALUCINAR)

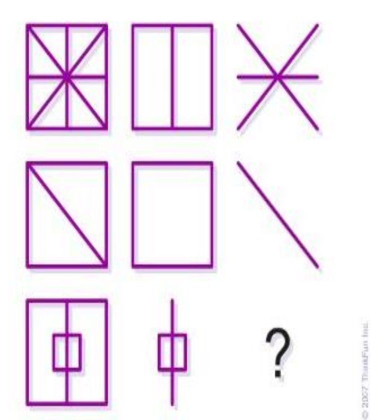
https://www.youtube.com/watch?v=OStIRfJJxsE

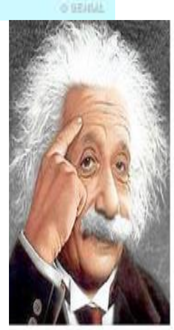
RECURSO 3 (11 ILUSIONES ÓPTICAS QUE ENGAÑARÁN A TUS OJOS)

https://www.youtube.com/watch?v=DAKZ_ipqc6A

ACTIVIDADES

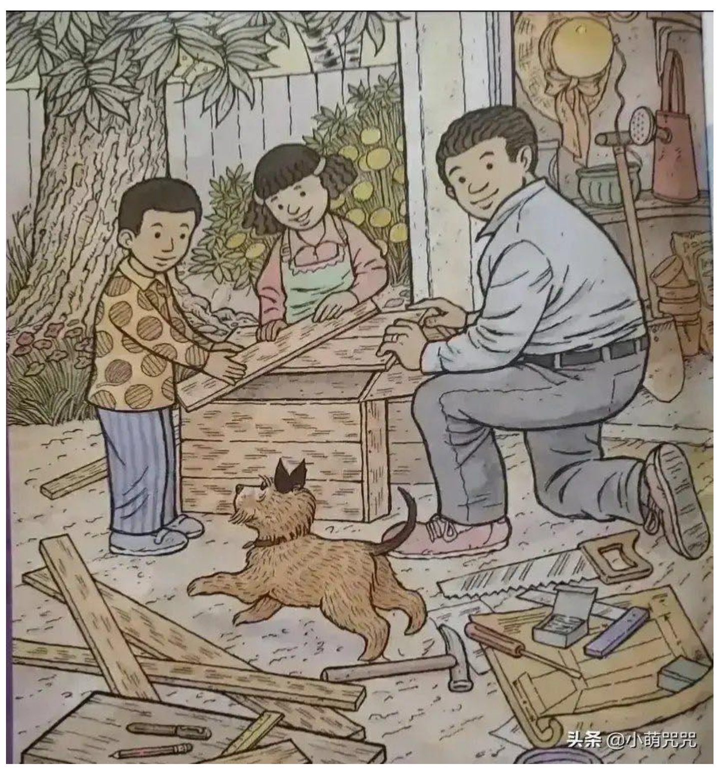






FUENTE: PINTEREST (S.F.). RETOS MENTALES. PARA PENSAR

Usa tu cerebro para prevenir el Alzheimer y haz este pequeño test: hay una mariposa, un murciélago y un pato en la imagen, ¿consigues encontrarlos? Si no logras encontrar ni siquiera uno, significa que tu cerebro se está deteriorando. Si solo consigues encontrar uno, significa que empezaste a envejecer. Si puedes encontrar dos, aún estás bien. Si encuentras los tres estás saludable. ¡Inténtalo!



ASIGNATURA: GEOMETRÍA SEMANA DE TRABAJO: 24-28 DE MAYO

Guía elaborada por: Docentes del área de Matemáticas

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

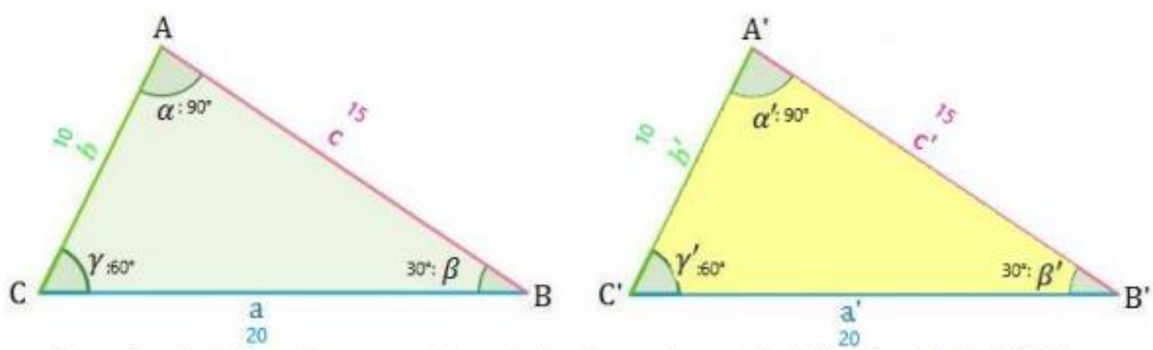
- Aprender a diferenciar congruencia y semejanza de triángulos.
- Reconocer los criterios de semejanza de triángulos

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

En matemáticas la **congruencia** se refiere dos figuras que son exactamente iguales:

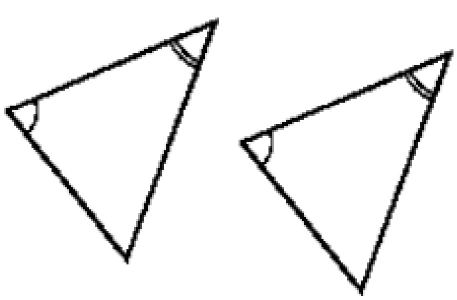
- Misma forma
- Mismo tamaño
- Lados iguales
- Ángulos iguales



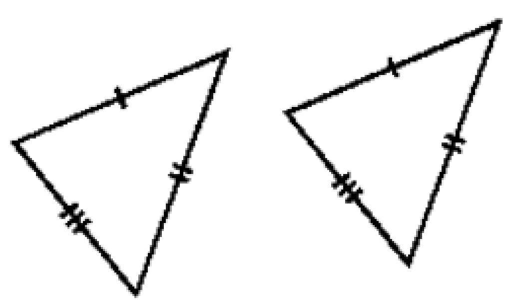
Como los dos triángulos son exactamente iguales, entonces los triángulos **ABC** y **A'B'C'** son congruentes:

$$\boxed{\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'}$$

<u>NOTA:</u> También se pueden denotar que los ángulos y lados son <u>congruentes</u> sin escribir su valor de la siguiente forma:



Ángulos congruentes tienen la misma cantidad de arcos



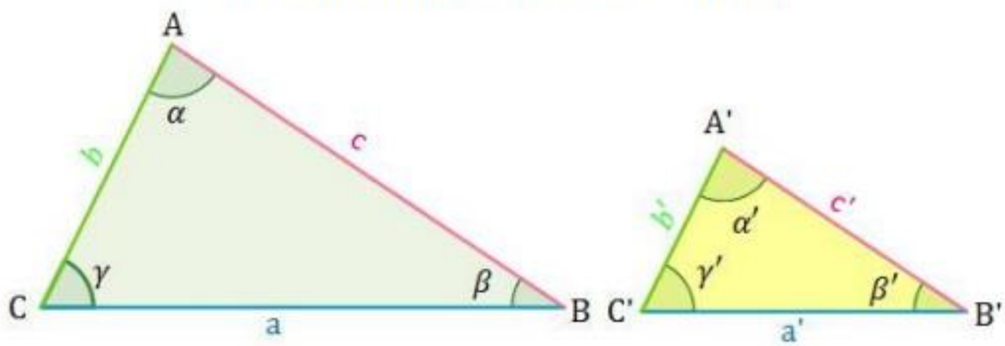
Lados congruentes tienen la misma cantidad de líneas

Criterios de congruencia.

IMAGEN RECUPERADA DE: https://www.geogebra.org/m/dAamdxYX

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son **semejantes** cuando tienen sus ángulos iguales (o congruentes) y sus lados correspondientes (u homólogos) son proporcionales.



Entonces los triángulos **ABC** y **A'B'C'** son semejantes: $\boxed{\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'}$

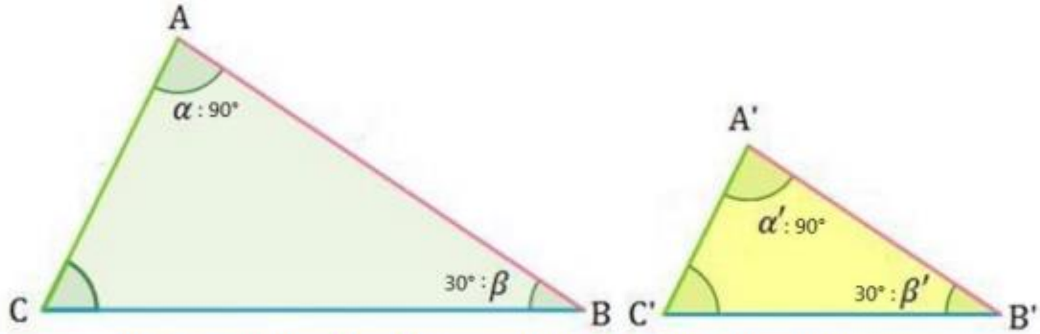
Para comprender mejor la idea de "semejanza" puedes tener varias ideas:

1. Uno de los triángulos es una versión a escala del otro triángulo, es decir, una versión miniatura o una versión agrandada.
2. Ángulos son congruentes: $$\alpha = \alpha'$$ $$\beta = \beta'$$ $$\gamma = \gamma'$$
3. Lados correspondientes proporcionales: $$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

Donde k se denomina constante de proporcionalidad.

Los **CRITERIOS DE SEMEJANZA** de triángulos son:

- **AA**: Que tengan dos ángulos iguales (congruentes).



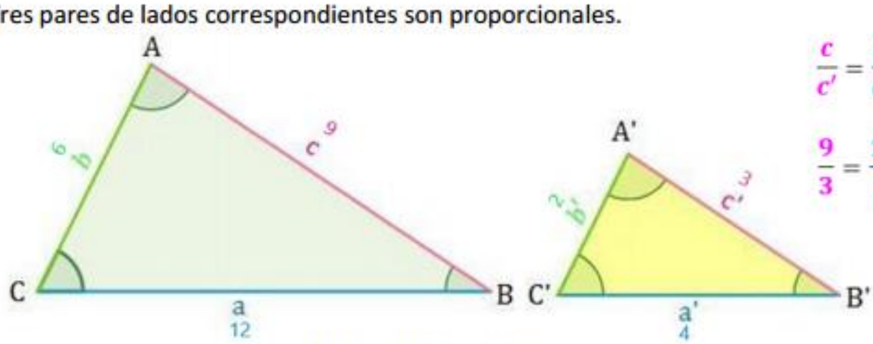
Si $\boldsymbol{\alpha = \alpha'}$ y $\boldsymbol{\beta = \beta'}$, entonces los triángulos **ABC** y **A'B'C'** son semejantes:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

<u>NOTA:</u>

- Es importante que los vértices sean correspondientes.
- Para determinar que dos triángulos son semejantes es suficiente con tener solo dos ángulos correspondientes porque el tercer ángulo siempre será igual, debido a que la sumatoria de todos los ángulos internos de un triángulo es 180°, es decir: $\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = 180°}$ y $\boldsymbol{\alpha' + \beta' + \gamma' = 180°}$.

- **LLL**: Tres pares de lados correspondientes son proporcionales.



$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = k$$

$$\frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = k$$

$\boldsymbol{k}$ se denomina <u>constante de proporcionalidad.</u>

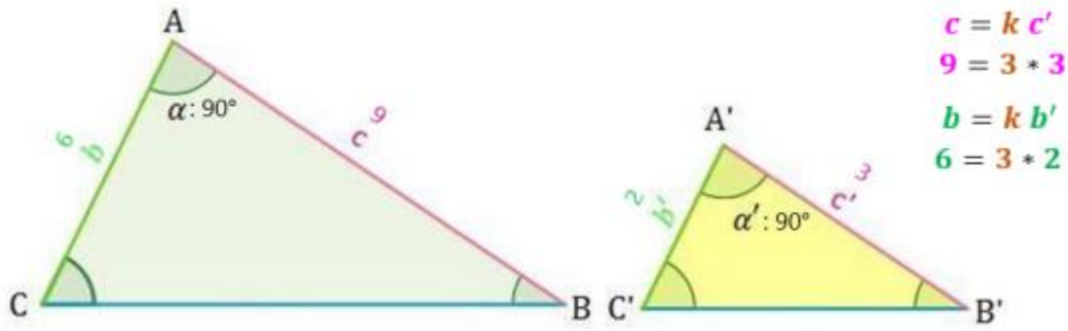
Entonces los triángulos **ABC** y **A'B'C'** son semejantes:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

<u>NOTA:</u>

- No es que los lados sean congruentes (iguales), sino que son proporcionales.

- **LAL:** Dos lados correspondientes son proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos son iguales (congruentes).



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{CA}{C'A'}$$

$$\alpha = \alpha'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = k \qquad \frac{CA}{C'A'} = k$$

$$AB = k\, A'B' \qquad CA = k\, C'A'$$

$$\frac{c}{c'} = k \qquad \frac{b}{b'} = k$$

$$c = k\, c' \qquad b = k\, b'$$

k se denomina constante de proporcionalidad.
Entonces los triángulos **ABC** y **A'B'C'** son semejantes:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

FUENTE: https://es.khanacademy.org/math/geometria-pe-pre-u/x4fe83c80dc7ebb02:semejanza-de-triangulos/x4fe83c80dc7ebb02:criterios-o-postulados-de-semejanza-de-triangulos/v/similar-triangle-basics?modal=1

RECURSOS

RECURSO 1 (CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS)

https://www.youtube.com/watch?v=UgZiDr1gSxc&ab_channel=math2me

RECURSO 2 (CRITERIOS PARA TRIÁNGULOS CONGRUENTES)

https://www.youtube.com/watch?v=hhpN91CSJpY

RECURSO 3 (CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS)

https://www.youtube.com/watch?v=HBLPCEI_r4w&ab_channel=math2me

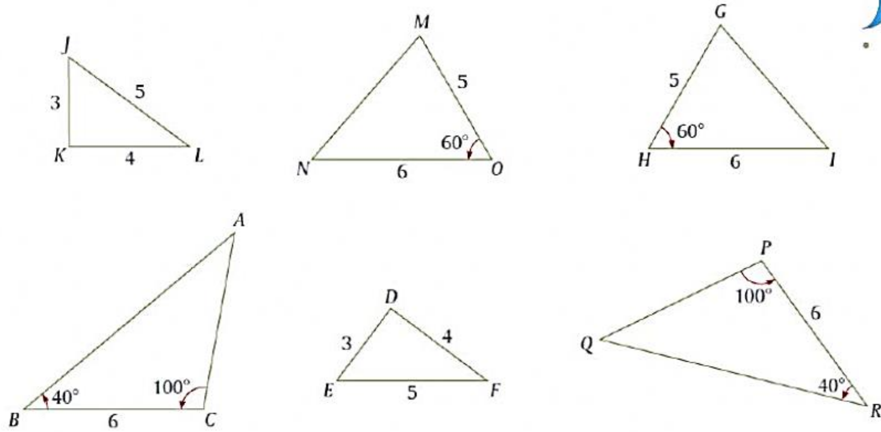
ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1 (CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS)

EJERCICIO 1.

Observa los siguientes triángulos y une con una línea el par que corresponda a cada criterio de congruencia

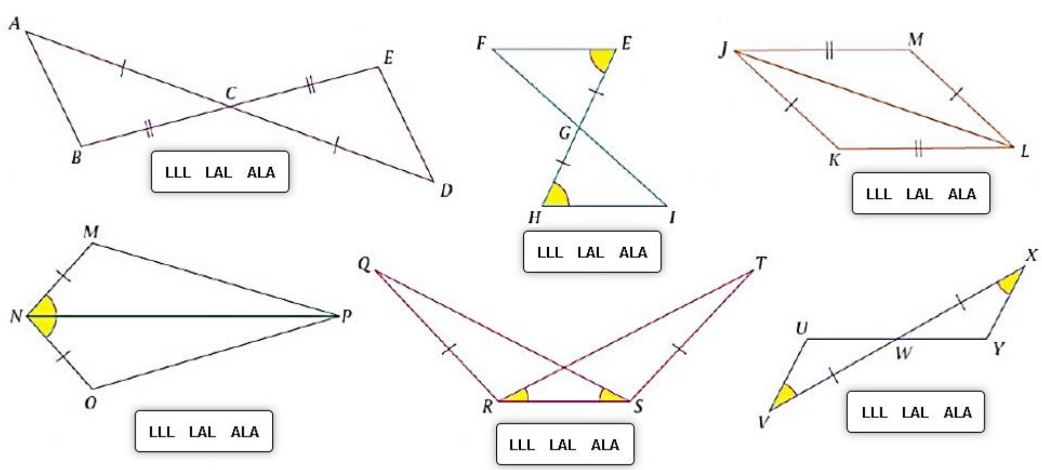
A TRABAJAR



LLL | LAL | ALA

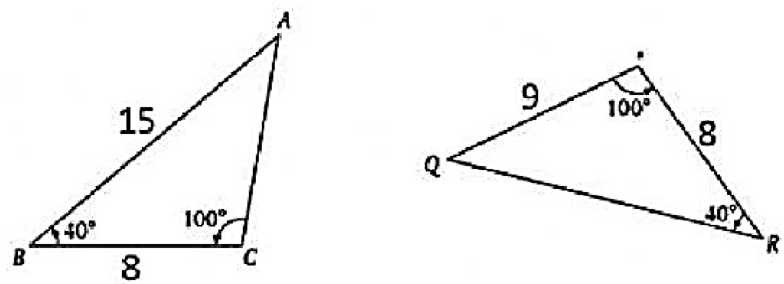
EJERCICIO 2.

Elige el criterio de congruencia que se aplicó en cada par de triángulos.



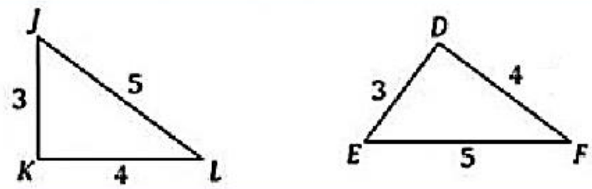
EJEMPLOS DE MUESTRA.

1. Observe los siguientes triángulos:

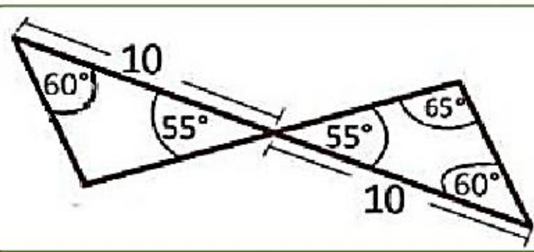


Seleccione el criterio de congruencia: LLL LAL ALA NINGUNO

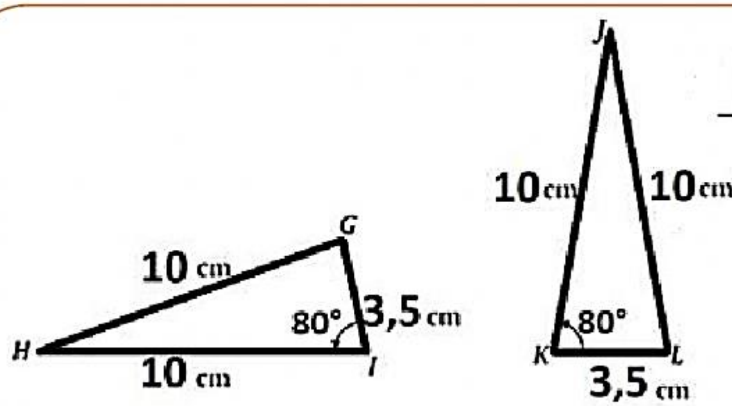
2. Determine el criterio de congruencia:



LLL



ALA



LAL

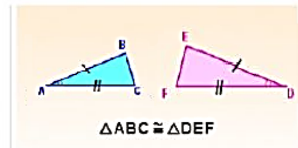
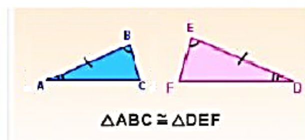
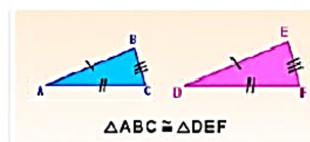
IMÁGENES RECUPERADAS DE: www.liveworksheets.com

ACTIVIDAD 2 (SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS)

EJERCICIO 1.

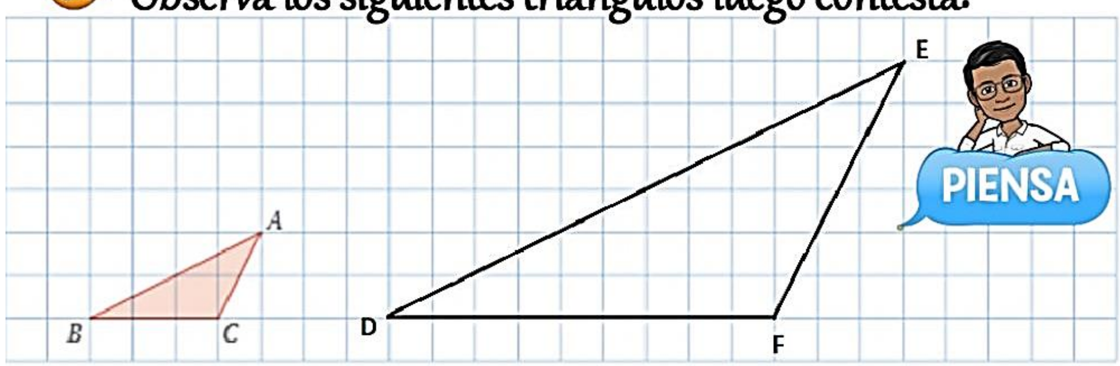
Semejanza de triángulos

Une con una línea el criterio de semejanza de triángulos con la explicación y el ejemplo ilustrativo.

LLL	Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales	
LAL	Dos triángulos son semejantes si sus lados son proporcionales	
AAA	Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo que forman	

EJERCICIO 2.

Observa los siguientes triángulos luego contesta.



a) ¿Son semejantes los triángulos anteriores?

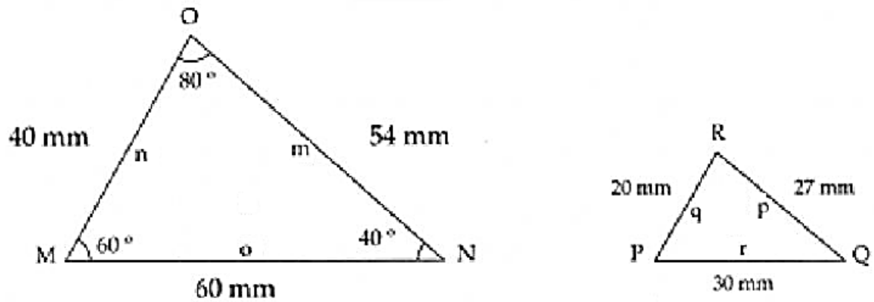
b) ¿Cuántas veces es mayor la base del ΔDEF que la del ΔABC?

Es decir, $\frac{FD}{BC} = \frac{\square}{\square} = \square$

c) En este caso, ¿cuál es el factor de escala o razón de semejanza?

EJERCICIO 3.

¿cuál es el factor de escala o razón de semejanza de los siguientes triángulos? $\boxed{}$



Comprobemos lo anterior buscando la razón de semejanza del ΔMNO y ΔPQR dividiendo sus lados correspondientes.

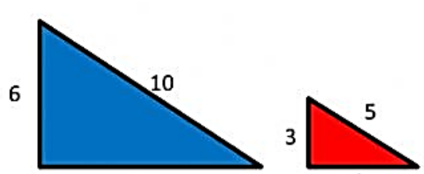
Es decir,

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \qquad \frac{QR}{NO} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \qquad \frac{PR}{MO} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

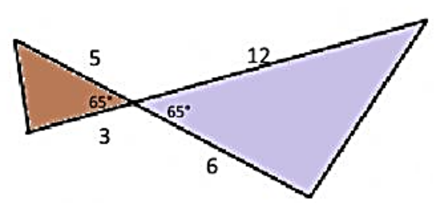
EJEMPLOS DE MUESTRA.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Según los criterios de semejanza, en los siguientes pares de triángulos (V) si son semejantes o (F) si no lo son.



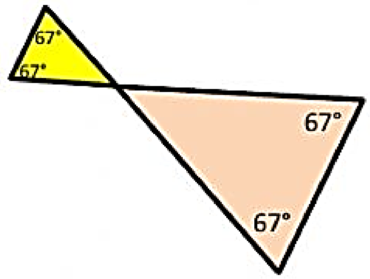
V $\quad \frac{10}{5} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$: LLL



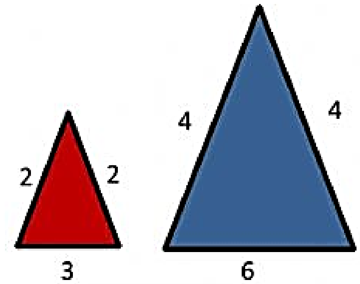
F $\quad$ El ángulo es igual, pero $\frac{5}{12} \neq \frac{3}{6}$

INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

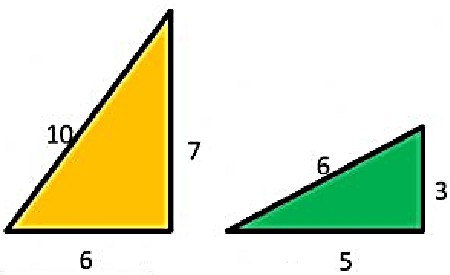
"Dignificando la escuela transformamos el mundo"



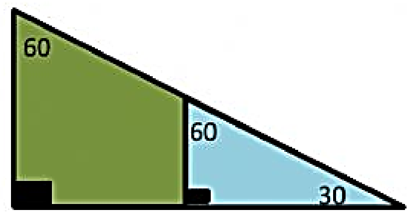
V Los ángulos correspondientes son iguales : AA



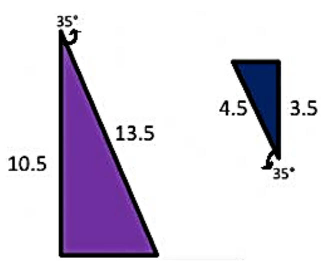
V $\frac{2}{4}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$: LLL



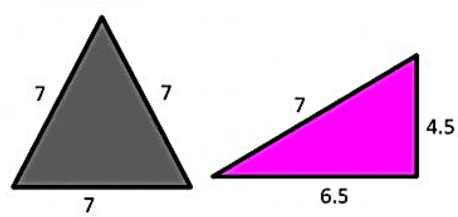
F $\frac{10}{6}\neq\frac{7}{3}\neq\frac{6}{5}$



V Los ángulos correspondientes son iguales : AA



V $\frac{13{,}5}{4{,}5}=\frac{10{,}5}{3{,}5}=3$ y el ángulo comprendido entre estos lados es igual : LAL



F $\frac{7}{7}\neq\frac{7}{4{,}5}\neq\frac{7}{6{,}5}$

IMÁGENES RECUPERADAS DE: www.liveworksheets.com

CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PLAZOS DE ENTREGA

- Desarrolla ejercicios y problemas cuidando procesos
- Hace entrega de trabajo propuesto puntualmente y debidamente presentado
- Demuestra compromiso, responsabilidad y honestidad en el taller entregado

NOTA. Este trabajo debe ser manualmente, realizar registro fotográfico de manera tal que esté ordenado, sea nítido y legible para enviar al correo indicado en un sólo archivo.

Adicionalmente tome en cuenta que puede omitir enunciados en el desarrollo de los puntos, es decir, no es necesario transcribir lo requerido, solo solucionar los ejercicios propuestos.

Recuerde adjuntar en ASUNTO los datos de **nombre completo, grado, asignatura, nombre del taller enviado y/o fecha**. Tenga presente verificar el **correo de envío de su docente**.

También tenga en cuenta que de enviar su trabajo después de la fecha límite, su nota se verá afectada, por cuanto su valoración no se realizará sobre el nivel de desempeño superior.

La entrega máxima de este trabajo será para el corte académico del tercer período de 2021.

INFORMACIÓN DE CONTACTO

DOCENTE

- Nombre: Ana María García Soto
- Grupos: 9A
- Correo: anamgarcias.21@gmail.com