



### METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Identifica sistemas de ecuaciones lineales.
- Aplica diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ .
- Aplica métodos de determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales  $3 \times 3$ .

### LECTURAS

#### LECTURA EXPLICATIVA 1

#### SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Recordemos que toda ecuación de la forma  $ax + by = c$  donde  $a, b \in \mathbb{R}$  es una **ecuación lineal** con dos incógnitas  $x$  y  $y$ . Cada pareja ordenada de números reales que satisface esta ecuación es una solución de ella.

Por ejemplo en la ecuación lineal  $3x - 5y = 2$ , la pareja ordenada  $(4, 2)$  es una solución de la ecuación porque al reemplazar  $x = 4$  y  $y = 2$  se tiene que:

$$3(4) - 5(2) = 12 - 10 = 2$$

Esta solución no es única y para encontrar las soluciones de la ecuación, se despeja  $y$  y luego, se asignan valores arbitrarios a  $x$ .

De esta forma, si se asigna valores a  $x$ , se puede obtener infinitos valores para  $y$ . Así se dice que la ecuación lineal  $3x - 5y = 2$  es una ecuación **indeterminada**.

Toda ecuación lineal con dos incógnitas es una ecuación indeterminada y un conjunto formado por dos o más ecuaciones lineales es llamado **sistemas de ecuaciones lineales**.

Por ejemplo, el conjunto cuyas ecuaciones son:

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

Corresponde a un **sistema  $2 \times 2$**  porque está formado por dos ecuaciones con dos incógnitas.

La solución de este sistema es la pareja  $(2, 4)$  ya que satisface las dos ecuaciones simultáneamente. Es decir,

$$2(2) - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$3(2) + 2(4) = 6 + 8 = 14$$



El conjunto cuyas ecuaciones son:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ x + 2y - 2z = 10 \\ 3x - y + 5z = 14 \end{cases}$$

Corresponde a un sistema  $3 \times 3$  porque está formado por tres ecuaciones con tres incógnitas.

La solución de este sistema es  $x = 2, y = 7, z = 3$ , es decir, la terna  $(2,7,3)$ , ya que satisface las tres ecuaciones simultáneamente.

$$(2) - (7) + 3(3) = 2 - 7 + 9 = 14$$

$$(2) + 2(7) - 2(3) = 2 + 14 - 6 = 10$$

$$3(2) - (7) + 5(3) = 6 - 7 + 15 = 14$$

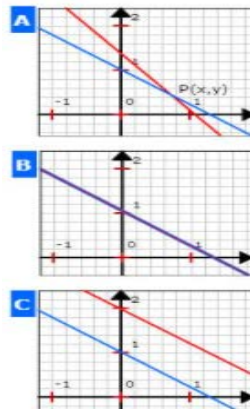
Solucionar un sistema de ecuaciones lineales consiste en hallar las soluciones que son comunes a todas las ecuaciones del sistema.

## LECTURA EXPLICATIVA 2

### MÉTODOS PARA SOLUCIONAR SISTEMAS DE ECUACIONES $2 \times 2$

#### 1. MÉTODO GRÁFICO

Al resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  en un mismo plano se presentan tres posibilidades.



A. Que las rectas se corten en un punto.

B. Que sean la misma recta.

C. Que las rectas sean paralelas.

En el caso A. el sistema tiene solución única y se dice que es un sistema consistente, con un punto de corte llamado intersección.

En el caso B. se dice que el sistema tiene un número infinito de soluciones y que es un sistema consistente dependiente.

En el caso C. el sistema No tiene solución y se dice que es inconsistente.



## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

Para desarrollar un sistema de ecuaciones por método analítico es indispensable obtener una sola ecuación con una incógnita a partir de las dos ecuaciones iniciales.

Estos métodos analíticos por su proceso se conocen como eliminación de variables y existen varios.

### 2. ELIMINACIÓN POR IGUALACIÓN:

Consiste en despejar de las ecuaciones dadas la misma variable e igualarlas para obtener una sola ecuación con una incógnita. Veamos el siguiente ejemplo:

Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -2 \dots\dots(1) \\ 5x + 8y = -60 \dots\dots(2) \end{cases}$$

Solución:

Despejando cualquiera de las dos incógnitas, pero en ambas ecuaciones,

Por ejemplo la variable  $x$  quedaría así:

$$\text{Ecuación 1: } 3x - 2y = -2 \quad x = \frac{2y-2}{3}$$

$$\text{Ecuación 2: } 5x + 8y = -60 \quad x = \frac{-8y-60}{5}$$

Igualando los dos valores de  $x$  que se han obtenido:

$$\frac{2y - 2}{3} = \frac{-8y - 60}{5}$$

Resultando una sola ecuación con una incógnita, y resolviendo:

$$5(2y - 2) = 3(-8y - 60)$$

$$10y - 10 = -24y - 180$$

$$10y + 24y = 10 - 180$$

$$34y = -170$$

$$y = -5$$



## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

Se sustituye el valor de  $y$  encontrado, en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales para obtener el valor de  $x$ . Por ejemplo, en la ecuación (1)

$$3x - 2y = -2 \qquad 3x - 2(-5) = -2$$

$$3x - 10 = -2 \qquad 3x = -2 - 10$$

$$3x = -12 \qquad x = -\frac{12}{3} \qquad x = -4$$

Para comprobar que los valores obtenidos satisfacen las dos ecuaciones, los reemplazamos en cada una de ellas verificando que se conviertan en identidades.

Observa las siguientes ecuaciones:

En la ecuación (1)..... $3x - 2y = -2$

$$3(-4) - 2(-5) = -2$$

$$-12 + 10 = -2$$

$$-2 = -2$$

En la ecuación (2)..... $5x + 8y = -60$

$$5(-4) + 8(-5) = -60$$

$$-20 - 60 = -60$$

$$-60 = -60$$

### 3. METODO DE SUSTITUCIÓN

Este método consiste en despejar cualquiera de las incógnitas de una de las ecuaciones dadas y reemplazar el valor encontrado en la otra ecuación, para obtener una sola ecuación con una sola incógnita.

Resolver el sistema

$$\begin{cases} 10x + 18y = -11 \dots\dots(1) \\ 16x - 9y = -5 \dots\dots(2) \end{cases}$$

Despejamos cualquiera de las dos incógnitas de una de las dos ecuaciones

Por ejemplo, despejamos la variable  $y$  de la segunda ecuación:



## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

$$\begin{array}{llll} \text{Ecuación (2)} & 16x - 9y = -5 & -9y = -5 - 16x & y = \frac{16x+5}{9} \end{array}$$

El valor de  $y$  obtenido lo reemplazamos en la ecuación (1):

$$\begin{array}{ll} \text{Ecuación (1)} & 10x + 18y = -11 \\ & 10x + 18\left(\frac{16x+5}{9}\right) = -11 \end{array}$$

Se ha obtenido una ecuación con una incógnita, y resolviendo:

$$\begin{aligned} 10x + \frac{288x+90}{9} &= -11 \\ 90x + 288x + 90 &= -99 \\ 378x &= -99 - 90 \\ 378x &= -189 \\ x &= \frac{-189}{378} \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ahora reemplazamos el valor de  $x$  en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales, por ejemplo, reemplazamos en la ecuación (1):

$$\text{Ecuación (1)} \quad 10x + 18y = -11$$

$$\begin{aligned} 10\left(-\frac{1}{2}\right) + 18y &= -11 \\ -5 + 18y &= -11 \\ 18y &= -6 \\ y &= -\frac{6}{18} \\ y &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Una vez se conozcan las dos variables, recuerda que reemplazamos ambas en las dos ecuaciones originales, con el fin de comprobar que cumplen para todo el sistema.



## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

### 4. METODO DE REDUCCIÓN O ELIMINACIÓN

En el desarrollo de este método se trata de hacer iguales los coeficientes de una de las dos incógnitas de las ecuaciones dadas, con el fin de que al sumar algebraicamente estas ecuaciones se elimine una variable, para luego obtener una sola ecuación con una sola incógnita.

Resolver el siguiente sistema:

$$12x - 17y = 104 \text{ ecuación (1)}$$

$$15x + 19y = -31 \text{ ecuación (2)}$$

Se hacen iguales los coeficientes de una de las incógnitas, en éste caso lo más conveniente es iguales los coeficientes de  $y$ , porque aparecen con signos contrarios. Para igualar estos coeficientes basta multiplicar la primera ecuación por 19 y la segunda por 17:

Tenemos que: (1)  $12x - 17y = 104$  por 19

(2)  $15x + 19y = -31$  por 17

Resultando: (1)  $228x - 323y = 1976$

(2)  $255x + 323y = -527$

Sumamos operamos según se indique, con el fin de eliminar una de las variables y dejar el sistema en términos de una sola incógnita, así:

$$228x - \cancel{323y} = 1976$$

$$255x + \cancel{323y} = -527$$

---

$$483x = 1449$$

$$x = \frac{1449}{483}$$

$$x = 3$$

Ahora, se sustituye el valor de  $x$  en cualquiera de las ecuaciones iniciales, por ejemplo, reemplacemos en la ecuación (2):

Ecuación (2)  $15x + 19y = -31$

$$15(3) + 19y = -31$$



# INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

$$45 + 19y = -31$$

$$19y = -31 - 45$$

$$19y = -76$$

$$y = -4$$

Reemplacemos estos valores encontrados en cualquiera de las ecuaciones iniciales, por ejemplo, en la ecuación (1):

$$\text{Ecuación (1)} \quad 12x - 17y = 104$$

$$12(3) - 17(-4) = 104$$

$$36 + 68 = 104$$

$$104 = 104$$

De esta manera los valores se reemplazan en la segunda para verifica que ambas variables satisfacen todo el sistema.

## 5. METODO DE DETERMINANTES

Un **determinante** es el valor numérico asociado a una matriz, recordemos que una matriz es una tabla rectangular o cuadrada de números reales o imaginarios dispuestos en filas y columnas.

Una de las aplicaciones más importantes de los determinantes la encontramos en la resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. Así se puede adicionar otro método de resolución de éste sistema de ecuaciones a los vistos anteriormente.

Lo que nos permite concluir que el método de resolución de ecuaciones por medio de determinantes permite simplificar el desarrollo del sistema de ecuaciones.

Sabemos que un determinante se representa como:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Este se calcula de la siguiente manera:  $\Delta = a \cdot d - b \cdot c$

Sea el sistema:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \end{aligned}$$



## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

El valor de  $x$  está dado por:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad \text{e} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Resolvamos el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 18 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{110 - 54}{20 - 6} = \frac{56}{14} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 22 \\ 2 & 18 \end{vmatrix}}{14} = \frac{72 - 44}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

Por lo tanto concluimos que el conjunto solución del sistema es  $x = 4$  y  $y = 2$

Estos dos valores hallados se reemplazan en las dos ecuaciones originales para comprobar que satisfacen el sistema.

FUENTE: SECTOR MATEMÁTICA. Perich C, Dany. Recuperado de

[https://www.sectormatematica.cl/media/NM2/NM2\\_metodos\\_sist\\_ecuac.doc](https://www.sectormatematica.cl/media/NM2/NM2_metodos_sist_ecuac.doc)

## RECURSOS

### RECURSO 1

Video 1 "Solución de sistema de ecuaciones 2 X 2" <https://www.youtube.com/watch?v=yVRpljpObDU>

### RECURSO 2

Video 2 "Solución de sistema de ecuaciones 3 X 3" <https://www.youtube.com/watch?v=HHDjh4XKjdE&vl=es>





### ACTIVIDADES

#### ACTIVIDAD 1

La siguiente situación se resuelven planteando un sistema de ecuaciones lineales, analiza el enunciado, luego observa como se expresa matemáticamente y posteriormente halla la solución del sistema de ecuaciones empleando los cinco métodos enunciados y explicados en la guía.

Andrés y Mateo hacen sus compras de camisas y pantalones en almacenes distintos. Ellos compran el mismo número de prendas de cada clase. Andrés gasta en sus compras \$300.000 y Mateo, \$285.000. Andrés compra en el almacén A, en donde cada camisa cuesta \$20.000 y cada pantalón \$50.000. Mateo, por su parte compra en el almacén B, en donde cada camisa cuesta \$25.000 y cada pantalón \$40.000. ¿Cuántas camisas y cuántos pantalones compró cada uno?

Para plantear el sistema llamemos  $x$  a la cantidad de camisas y llamemos  $y$  a la cantidad de pantalones.

	Número de camisas	Número de pantalones	Costo
Andrés	$x$	$y$	\$300.000
Mateo	$x$	$y$	\$285.000

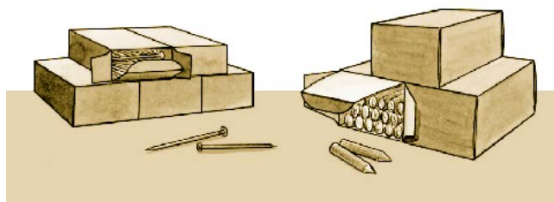
Por lo tanto, el costo total de las compras de cada uno nos brinda el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 20.000x + 50.000y = 300.000 \\ 25.000x + 40.000y = 285.000 \end{cases}$$

#### ANÁLISIS DE SITUACIONES PROBLÉMICAS

En los ejercicios siguientes plantee los sistemas de ecuaciones y luego resuélvalos por uno de los métodos explicados, en cada uno emplea un método diferente.

- Juan pagó \$50 por 3 cajas de tornillos y 5 cajas de clavos. Pedro compró 5 cajas de tornillos y 7 de clavos y tuvo que pagar \$74. ¿Cuál es el precio de cada caja de tornillos y de cada caja de clavos?



- Con dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?



# INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

- En los pueblos de Caldas se acostumbra cada primer lunes de mes realizar la feria ganadera, en la del mes de enero César compró 4 vacas y 7 caballos por 514 mil pesos, al mes siguiente los precios se mantuvieron por lo que decidió comprar 8 vacas y 9 caballos por 818 mil pesos. Halle el costo de cada semoviente.
- Pablito rompe su alcancía para invitar a su gran amigo Carlos a comprar golosinas, al hacerlo observa que tiene \$ 4100 en 13 monedas de \$500 y de \$200. Determine cuántas monedas de cada denominación tiene Pablito.
- "La diferencia de dos números es 40 y  $\frac{1}{8}$  de su suma es 11. Halle los dos números"
- 6 libras de café y 5 libras de azúcar costaron \$8100 y 5 libras de café y 4 libras de azúcar costaron \$6650. Halle el precio de una libra de café y el precio de una libra de azúcar.

### ACTIVIDAD 2

Resuelve el siguiente sistema por los dos métodos que más se le faciliten.

$$\begin{cases} 2x + 6y = -1 \\ x + 8y = 2 \end{cases}$$

### ACTIVIDAD 3

Intenta resolver el siguiente sistema 3 x 3

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 17 \\ 2x - y - 3z = -1 \\ 2x - y + z = -9 \end{cases}$$

## CRITERIOS DE EVALUACION Y PLAZOS DE ENTREGA

### EVALUACIÓN 1

- Desarrolla ejercicios y problemas cuidando procesos
- Hace entrega de trabajo propuesto puntualmente y debidamente presentado
- Se autoevalúa con base en los parámetros establecidos y su capacidad de respuesta

NOTA. Este trabajo debe ser efectuado manualmente, realizar registro fotográfico de manera tal que sea legible para enviar al correo electrónico del profesor titular.



# INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

## GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

Adicionalmente tome en cuenta que puede omitir enunciados en el desarrollo de los puntos, es decir, no es necesario transcribir lo requerido o la guía, sólo solucionar los ejercicios propuestos.

Recuerde adjuntar los datos de nombre completo, grado, asignatura, nombre del taller enviado y su autoevaluación.

Considerando la nueva modalidad de estudio, los porcentajes a tener en cuenta en el desarrollo serán los siguientes:

30% Puntualidad (entrega oportuna en la semana agendada para la actividad) y estética en la presentación.

30% Desarrollo de talleres o ejercicios.

30% Evaluaciones.

10% Autoevaluación.

- Se hace envío al whatsapp 3117745742 y al correo electrónico [marcelacastaneda.iuc@gmail.com](mailto:marcelacastaneda.iuc@gmail.com)

**La entrega máxima de este trabajo será al culminar el día 16 de NOVIEMBRE del 2021.**

---

### DOCENTE 1

- Nombre: Claudia Marcela Castañeda Sánchez
- Grupos: 10°1
- Correo: [marcelacastaneda.iuc@gmail.com](mailto:marcelacastaneda.iuc@gmail.com)