



## METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Reconocer el concepto de ecuación y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

# 11 Ecuaciones

### Explora

Una igualdad compara dos expresiones matemáticas mediante el signo igual (=). Observa estas igualdades:

$$5 + 4 = 9$$

$$x + 5 = 7 - x$$

- Clasifica cada igualdad según sea numérica o algebraica.

### Ten en cuenta

En toda ecuación se identifican dos miembros: el primero, al lado izquierdo del signo igual (=) y el segundo, al lado derecho.

### Ten en cuenta

Una ecuación se puede visualizar como una balanza en equilibrio. Cada miembro de la ecuación correspondería a un platillo de la balanza de la Figura 1



Figura 1

Para mantener el equilibrio de la balanza, "todo lo que se haga en un platillo debe hacerse en el otro". En este caso, un cuadrado equivale a dos círculos.

Análogamente, para mantener la igualdad en una ecuación, "todo lo que se haga en un miembro de la ecuación debe hacerse en el otro".

### 11.1 Igualdades y ecuaciones

Las igualdades pueden ser **numéricas**, si solamente comparan números relacionados mediante las operaciones, o **algebraicas**, si comparan expresiones que involucran números y letras.

De acuerdo con lo anterior, la igualdad  $5 + 4 = 9$  es numérica, mientras que la igualdad  $x - 5 = 7 - x$  es algebraica.

Las **ecuaciones** son igualdades algebraicas que, al sustituir las letras por ciertos valores, se convierten en igualdades numéricas.

Las **soluciones de una ecuación** son los valores que pueden tomar las incógnitas, de manera que al sustituirlos en la ecuación se satisface la igualdad.

#### Ejemplo 1

Para verificar que  $x = 9$  es solución de la ecuación  $5x + 22 = 2x + 49$ , se reemplaza ese valor en la ecuación dada. Observa:

$$5x + 22 = 2x + 49$$

$$5(9) + 22 = 2(9) + 49$$

$$45 + 22 = 18 + 49$$

$$67 = 67$$

Como la igualdad se satisface, entonces se afirma que  $x = 9$  sí es solución de la ecuación  $5x + 22 = 2x + 49$ .

#### Ejemplo 2

Analiza las soluciones de las siguientes ecuaciones.

- $7x = 56$  es una ecuación que tiene una única solución:  $x = 8$ .
- $2x^2 = 18$  tiene dos soluciones. Observa:  $x^2 = 9$ , entonces  $x = 3$  o  $x = -3$ .
- $2x - x = 12 + x$  no tiene solución, ya que al reducir términos semejantes se obtiene  $0 = 12$ , que no corresponde a una igualdad verdadera.
- $5x + 1 - 3x = 2x + 1$  es una ecuación que representa una identidad, ya que al reducir términos semejantes se obtiene la siguiente igualdad:  $2x + 1 = 2x + 1$ .

### 11.2 Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

Para obtener una ecuación equivalente a otra dada, se aplican estas propiedades:

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta el mismo número o una misma expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente.
- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por un número distinto de 0, se obtiene otra ecuación equivalente.

#### Ejemplo 3

Las ecuaciones  $3x + 10 = 25$  y  $5x = 25$  son equivalentes, pues ambas tienen como solución el valor  $x = 5$ . Observa:

$$3 \cdot (5) + 10 = 25$$

$$5 \cdot (5) = 25$$

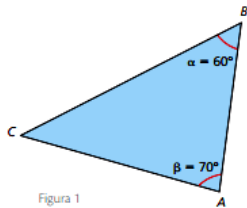


## 12

## Ecuaciones de primer grado con una incógnita

### Explora

En la Figura 1 se observa que  $\angle A$  y  $\angle B$  son ángulos internos del  $\triangle ABC$ .



- Escribe una ecuación que permita calcular la medida del  $\angle C$ . ¿Qué características tiene esta ecuación?
- ¿Qué nombre reciben este tipo de ecuaciones?

La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a  $180^\circ$  y, como en el  $\triangle ABC$  la suma de los ángulos  $A$  y  $B$  es igual a  $130^\circ$ , para calcular la medida del  $\angle C$  se puede plantear una ecuación como la siguiente.

$$\begin{array}{c} \text{Medida del } \angle C \\ \downarrow \\ x + 130^\circ = 180^\circ \\ \uparrow \\ \text{Suma de las medidas de } \angle A \text{ y } \angle B \end{array}$$

Se observa que, en la ecuación  $x + 130^\circ = 180^\circ$ , el lado izquierdo es un polinomio en  $x$  de grado 1. A este tipo de ecuaciones se les denomina "ecuaciones de primer grado con una incógnita" o "ecuaciones lineales".

Una ecuación de primer grado con una incógnita (también llamada ecuación lineal) es una expresión de la forma  $ax + b = c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y el exponente de la incógnita  $x$  es 1.

### Ejemplo 1

A continuación se presentan algunos ejemplos de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

$$3x + 2 = 5 \quad p - \frac{46}{5} = 52 \quad w - (-128) = \sqrt{2}$$

En todos los casos, el exponente de las incógnitas  $x$ ,  $p$  y  $w$  es, respectivamente, 1.

### 12.1 Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

Una ecuación de primer grado con una incógnita se resuelve transformándola en ecuaciones equivalentes hasta despejar la incógnita.

### Ejemplo 2

Un bebé recién nacido tiene 300 huesos. Esto es, 94 más que en la edad adulta, cuando algunos se fusionan.

Para calcular la cantidad de huesos que tiene un adulto, se puede modelar la situación mediante una ecuación de primer grado con una incógnita. Entonces:

Si  $x$  representa la cantidad de huesos de un adulto,  $x + 94 = 300$ .

El proceso para resolver la ecuación es el siguiente:

$$\begin{array}{l} x + 94 = 300 \\ x + 94 + (-94) = 300 + (-94) \quad \leftarrow \text{Se suma el opuesto de 94 en ambos miembros de la igualdad.} \\ x = 206 \quad \leftarrow \text{Se efectúan las operaciones indicadas.} \end{array}$$

Para verificar que el valor  $x = 206$  es la solución de la ecuación, se reemplaza en la expresión original. Por lo tanto:

$$\begin{array}{l} x + 94 = 300 \\ 206 + 94 = 300 \\ 300 = 300 \end{array}$$



Destreza con criterios de desempeño: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas sencillos.

### Ejemplo 3

En una cancha de voleibol como la que se muestra en la Figura 2, la medida del ancho es 9 m; esta medida equivale a la sexta parte del perímetro  $x$ .

La relación entre el perímetro  $x$  de una cancha de voleibol y la medida del ancho se puede representar mediante una ecuación de primer grado con una incógnita. Así

$$\begin{array}{l} \text{Perímetro} \\ \downarrow \\ \frac{1}{6}x = 9 \end{array} \leftarrow \text{Ancho}$$

En este caso, la solución se obtiene como sigue:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{6}x = 9 \\ 6 \cdot \frac{1}{6}x = 9 \cdot 6 \quad \leftarrow \text{Se multiplican los dos lados de la igualdad por el inverso multiplicativo de } \frac{1}{6} \\ x = 54 \quad \leftarrow \text{Se despeja la incógnita y se obtiene su valor.} \end{array}$$

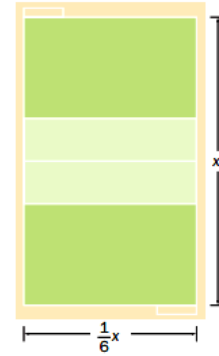


Figura 2

## 12.2 Ecuaciones de primer grado con la incógnita en más de un término

Cuando una ecuación tiene la incógnita en más de un término, se reducen términos semejantes para llegar a resolver una ecuación de la forma general  $ax + b = c$ .

### Ejemplo 4

Para resolver la ecuación  $x + x + 1 = 11$ , se procede de esta forma:

$$\begin{array}{l} x + x + 1 = 11 \quad \leftarrow \text{Se agrupan las incógnitas y los términos independientes.} \\ x + x = 11 - 1 \quad \leftarrow \text{Se reducen los términos semejantes.} \\ 2x = 10 \quad \leftarrow \text{Se simplifica dividiendo entre 2.} \\ x = 5 \end{array}$$

## 12.3 Ecuaciones de primer grado con paréntesis

Para eliminar los paréntesis de una ecuación, se aplica la propiedad distributiva. Si antes del paréntesis no hay un coeficiente, se considera que este es 1.

### Ejemplo 5

Para resolver la ecuación  $4(x + 2) - 7(x - 2) = x + 6$ , el primer paso es obtener una ecuación equivalente sin paréntesis. Observa:

$$\begin{array}{l} 4(x + 2) - 7(x - 2) = x + 6 \quad \leftarrow \text{Se parte de la ecuación.} \\ 4x + 8 - 7x + 14 = x + 6 \quad \leftarrow \text{Se aplica la propiedad distributiva.} \\ -3x + 22 = x + 6 \quad \leftarrow \text{Se reducen los términos semejantes.} \\ 22 = 4x + 6 \quad \leftarrow \text{Se adiciona } 3x \text{ en ambos miembros de la ecuación.} \\ x = 4 \quad \leftarrow \text{Se sustrae } 6 \text{ en ambos miembros, se transponen términos y se simplifica dividiendo entre 4.} \end{array}$$

APLICACIÓN DE ECUACIONES

### Ten en cuenta

La propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición y a la sustracción es:

$$\begin{array}{l} a \cdot (b + c) = ab + ac \\ a \cdot (b - c) = ab - ac \end{array}$$



## 12

## Ecuaciones de primer grado con una incógnita

### Ejemplo 6

Para resolver la ecuación  $-\frac{2}{5}(10x - 5) + 6 = 4(x - 2)$ , se pueden tener en cuenta los siguientes pasos.

$$-\frac{2}{5}(10x - 5) + 6 = 4(x - 2) \leftarrow \text{Se parte de la ecuación dada.}$$

$$-4x + 2 + 6 = 4x - 8 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad distributiva.}$$

$$-4x + 8 = 4x - 8 \leftarrow \text{Se simplifican términos semejantes.}$$

$$-8x = -16 \leftarrow \text{Se suman } -4x \text{ y } -8 \text{ en ambos miembros de la igualdad y se reducen términos semejantes.}$$

$$x = 2 \leftarrow \text{Se divide entre } -8 \text{ en ambos miembros de la igualdad.}$$

### 12.4 Ecuaciones de primer grado con denominadores

Para eliminar los denominadores de una ecuación, se multiplican los dos miembros de esta por un múltiplo común de los denominadores. La ecuación equivalente más sencilla se obtiene al multiplicar por el mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones dadas.

### Ejemplo 7

Para resolver la ecuación  $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 30$ , el primer paso es obtener una ecuación equivalente sin denominadores.

Esto se consigue multiplicando la ecuación por cualquier múltiplo común de los denominadores: 12, 24, 36, 48, ... Entonces:

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 30 \leftarrow \text{Se parte de la ecuación dada.}$$

$$\frac{12x}{2} + \frac{36x}{4} - \frac{60x}{6} = 360 \leftarrow \text{Se multiplica, por ejemplo, por 12, en ambos miembros de la igualdad.}$$

$$6x + 9x - 10x = 360 \leftarrow \text{Se simplifican las fracciones.}$$

$$5x = 360 \leftarrow \text{Se reducen términos semejantes.}$$

$$x = 72 \leftarrow \text{Se simplifica dividiendo entre 5 ambos términos.}$$

### Actividad resuelta

#### Comunicación

1 Resuelve la ecuación  $\frac{x+1}{3} + \frac{x+2}{7} = 2$ .

#### Solución:

Al resolver la ecuación, se obtiene una cadena de ecuaciones equivalentes, así:

$$\frac{x+1}{3} + \frac{x+2}{7} = 2 \leftarrow \text{Se parte de la ecuación original.}$$

$$21\left(\frac{x+1}{3} + \frac{x+2}{7}\right) = 21 \cdot 2 \leftarrow \text{Se multiplican por 21 ambos miembros de la igualdad.}$$

$$7(x+1) + 3(x+2) = 42 \leftarrow \text{Se simplifican los denominadores.}$$

$$7x + 7 + 3x + 6 = 42 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad distributiva.}$$

$$10x = 29 \leftarrow \text{Se reducen términos semejantes.}$$

$$x = \frac{29}{10} \leftarrow \text{Se dividen ambos lados de la igualdad entre 10.}$$



### CULTURA del Buen Vivir

#### El equilibrio

Una persona equilibrada muestra un perfecto balance entre lo que siente por sí misma y por los demás. Por ejemplo: se respeta, se valora y reconoce sus habilidades, pero también es capaz de mostrar esos mismos sentimientos y apreciaciones hacia los demás.

- Si pones en una balanza las cosas positivas que piensas de ti y las cosas positivas que piensas de tu mejor amigo, ¿la balanza estará equilibrada?



## RECURSOS

RECURSO 1 (QUÉ ES UNA ECUACIÓN Y CÓMO SE SOLUCIONA)

<https://www.youtube.com/watch?v=IDk2UVS4iuw>

RECURSO 2 (CÓMO SOLUCIONAR UNA ECUACIÓN ENTERA DE PRIMER GRADO | EJEMPLO 1)

<https://www.youtube.com/watch?v=4AixPIIV05E&t=511s>

RECURSO 3 (CÓMO SOLUCIONAR UNA ECUACIÓN ENTERA DE PRIMER GRADO CON  
FRACCIONES | EJEMPLO 1)

<https://www.youtube.com/watch?v=qud71ShXTK4>

## ACTIVIDADES

Realiza los siguientes ejercicios **INCLUYENDO EL PROCEDIMIENTO Y/O JUSTIFICACIÓN PARA CADA UNO DE ELLOS**. Esto será un requisito fundamental para la aceptación y evaluación de esta actividad.

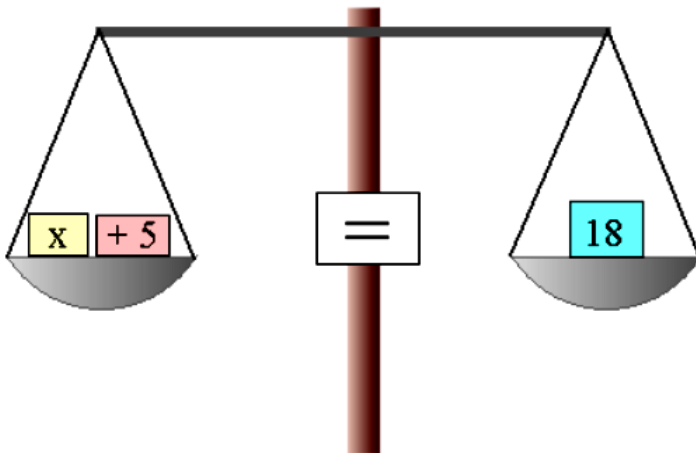
### Ejercicio 1

Resuelve cada ecuación.

- $8x - 4 = 12$
- $-2x + 5 = -5$
- $3 + 6x = 9$
- $m + 2 = -3m + 10$
- $7 + 10y = 4y + 25$
- $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 8$

### Ejercicio 2

Observa la figura, y luego contesta la pregunta:





# INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

¿La balanza está en equilibrio? Si no es así, propón una manera de conseguir que lo esté.

Pista: piensa en qué valor debe tener X.

### Ejercicio 3

Pedro pagó \$120.000 por seis entradas para una corrida de toros ¿Cuánto pago por cada entrada?

### Ejercicio 4

Plantea una ecuación que modele el problema

El quintuple de un número más 5 es igual a 20. ¿Cuál es el número?

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PLAZOS DE ENTREGA

- Desarrolla ejercicios y problemas cuidando procesos (los procedimientos o argumentaciones son fundamentales para la valoración de las actividades planteadas)
- Hace entrega de trabajo propuesto puntualmente y debidamente presentado
- Demuestra compromiso, responsabilidad y honestidad en el taller entregado

NOTA. Este trabajo podrá ser efectuado manualmente, luego debe realizar registro fotográfico de manera tal que esté ordenado, sea nítido y legible para enviar al correo indicado en un sólo archivo.

Adicionalmente tome en cuenta que puede omitir enunciados en el desarrollo de los puntos, es decir, no es necesario transcribir lo requerido, solo solucionar los ejercicios propuestos.

Recuerde adjuntar en ASUNTO los datos de **nombre completo, grado, asignatura, nombre del taller enviado y/o fecha**. Tenga presente verificar el **correo de envío de su docente**.

También tenga en cuenta que de enviar su trabajo después de la fecha límite, su nota se verá afectada, por cuanto su valoración no se realizará sobre el nivel de desempeño superior.

La entrega máxima de este trabajo será al culminar el día 19 de Noviembre de 2021

## INFORMACIÓN DE CONTACTO

### DOCENTE

- Nombre: Ana María García Soto
- Grupos: 8C VIRTUAL
- Correo: [anamgarcias.21@gmail.com](mailto:anamgarcias.21@gmail.com)