ASIGNATURA: ÁLGEBRA RECUPERACION PRIMER Y SEGUNDO PERIODO

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

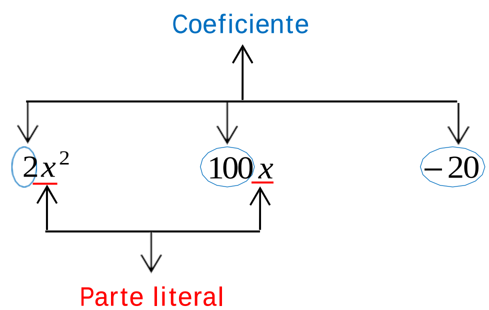
- Identificar elementos, clasificar según el número de términos y determinar valor numérico de expresiones algebraicas dadas.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

EXPRESIONES ALGEBRAICAS PARTE 1

Una **expresión algebraica** es la combinación de variables y números reales mediante las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Por ejemplo, en la expresión algebraica $2x^2 + 100x - 20$, los términos son: $2x^2$, $100x$, -20



Una expresión algebraica consta de términos separados por los signos **+** o **-**, cuyo grado absoluto es la suma de los exponentes de todos los factores literales, y cuyo grado relativo a una variable es el exponente de la misma.

Por ejemplo, el grado absoluto de $3x^2y^3$ es 5 (porque corresponde a la suma de los exponentes: 3 + 2 = 5), mientras que su grado relativo a x es 2 (porque su exponente es 2).

CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Según la cantidad de términos de una expresión algebraica, se tendrá:

- **Monomio**: Un término. Por ejemplo: $2x$; $3y^2$; $-5xy^2$; m^3n ; $\frac{1}{2}x$
- **Binomio**: Dos términos. Por ejemplo: $2x+5y$; $8x^3-2y$; $5a-3b$; $-\frac{1}{3}x+4x^2y$
- **Trinomio**: Tres términos. Por ejemplo: $5t^2+20t+8$
- **Polinomio**: Dos o más términos.
  Por ejemplo: $y^2 + 8y - y^3 + y^4$; $m^4 - 5m + m^3 - 9m^2 + 6$

VALOR NUMÉRICO

Para hallar el valor numérico de un término algebraico se sustituyen las variables por sus valores y se efectúan las operaciones indicadas.

Por ejemplo:

1. ¿Cuál es el valor numérico del término $3a^2b$, al considerar las condiciones en cada caso?

a. si $a = 1$ y $b = 2$, entonces el valor numérico del término $3a^2b$ es:

$$3a^2b = 3\bullet (1)^2 \bullet 2 = 3\bullet 1\bullet 2 = 6$$

b. si $a = 2$ y $b = -1$, entonces el valor numérico del término $3a^2b$ es:

$$3a^2b = 3\bullet(2)^2 \bullet(-1) = 3\bullet 4 \bullet(-1) = -12$$

2. ¿Cuál es el valor numérico de la expresión $5a - 3b$, al considerar las condiciones en cada caso?

a. si $a = 1$ y $b = 2$, entonces el valor numérico de la expresión $5a - 3b$ es:

$$5a - 3b = 5(1) - 3(2) = 5 - 6 = -1$$

a. si $a = 3$ y $b = -2$, entonces el valor numérico de la expresión $5a - 3b$ es:

$$5a - 3b = 5(3) - 3(-2) = 15 + 6 = 21$$

FUENTE: Melo, C. (2007, p. 62-64). Soluciones Matemáticas 8°

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Completa la tabla con los elementos de cada término algebraico, tomando en cuenta los ejemplos de muestra que se encuentran en la tabla y los conceptos iniciales.

Termino algebraico	Coeficiente	Literal	Exponentes
-9x	-9	x	1
$15x^2y$			
20abc			
½ xy^2	1/2	x, y	1; 2
0.8b			
-3xyz			
$-0.4x^5$			

ACTIVIDAD 2

EJERCICIO 1.

Une con la respuesta correcta.

a. **Monomio** — $3xy^2 + 5xy^4$

b. **Binomio** — $4x + 2y - 5$

c. **Trinomio** — $2xyz^3$

EJERCICIO 2.

Dados los siguientes monomios, escribe el grado relativo indicado :

$P(x;y) = -4x^2y\,z^3$ GR(x) = ☐ GR(y) = ☐ GR(z) = ☐

$R(x;\,y) = 2x^5y^4$ GR(x) = ☐ GR(y) = ☐

EJERCICIO 3.

Dados los siguientes monomios, halla el grado absoluto y marca la respuesta correcta:

a) $M(x) = 8x^2y^3$	GA =	5	4	3
b) $P(x;y;z) = 2x^3y^6\,z$	GA =	6	9	10
c) $J(x;\,y;\,z) = 4x^2y^2z^3$	GA =	2	7	8

ACTIVIDAD 3

VALOR NUMÉRICO

Encuentra el valor numérico de cada monomio y escoge la respuesta correcta. Los valores de la parte literal son:

x=3 m=2 n=1

$2mn^2$	a) 5	b) 4	c) 8
$3x + 2x$	a) 15	b) 11	c) 54
$8m$	a) 10	b) 6	c) 16
$15x^2$	a) 90	b) 75	c) 135
$8 + m + 2x$	a) 16	b) 12	c) 15

Justifica tus respuestas agregando el procedimiento en cada caso.

ACTIVIDAD 4

Relaciona cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.

Enunciado	**Expresión algebraica**
a) La suma de dos números	$2x + 2y + 2z$
b) La diferencia de dos números	xy
c) El producto de dos números	$x^2 + y^2 + z^2$
d) La suma de los dobles de tres números	xy^2
e) El producto entre un número y el cuadrado de otro	$x - y$
f) La suma de los cuadrados de tres números	$x + y$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

El doble o duplo de un número: $2x$

El triple de un número: $3x$

El cuádruplo de un número: $4x$

La mitad de un número: $\frac{x}{2}$

El tercio de un número: $\frac{x}{3}$

Un cuarto de un número: $\frac{x}{4}$

El cuadrado de un número: x^2

El cubo de un número: x^3

El triple de un número menos dos: $3x - 2$

La quinta parte de un número al cubo: $\frac{x^3}{5}$

El cuadrado del triple de un número menos cuatro: $(3x)^2 - 4$

TÉRMINOS SEMEJANTES

Los **términos semejantes** son aquellas expresiones algebraicas que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente.

	Términos semejantes			Términos NO semejantes		
$2x$	$-5x$	$13x$	$\frac{2}{3}x$	$4x^2$	$6xy$	
$-8ab$	$19ab$	ab	$-5ba$	$21abc$	$-6ab^2$	$3a^2b$
$7m^3n^2$	$-9m^3n^2$	$4.5n^2m^3$		$5m^2n^3$	$-12M^3N^2$	$-9m^3n^2b$

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Reducir o simplificar términos semejantes significa sumar o restar los coeficientes numéricos en una expresión algebraica, que tengan el mismo factor literal. Para desarrollar un ejercicio de este tipo, se suman o restan los coeficientes numéricos y se conserva el factor literal.

$2x+3x-8x=-3x$ → Todos los términos son semejantes

$-8a^3b+6ab+14a^3b-9ab=6a^3b-3ab$ → Se marcan los términos para reducir los que son semejantes

$7m^3n^2+6mn-19m^3n^2=-12m^3n^2+6mn$ → Solo dos términos son semejantes esos se reducen, el término que está solo se escribe igual en el resultado

$2x+3y-8x+6x+9y=12y$ → Al reducir los términos que son semejantes queda 0x+12y por lo que ya no se escribe en el resultado

SUMA DE POLINOMIOS

La **suma de polinomios** consiste en reunir los términos semejantes. También podemos **sumar polinomios** escribiendo uno debajo del otro, de forma que los monomios semejantes queden en columnas y se puedan sumar.

FORMA HORIZONTAL

$(-8a^2b+6ab)+(4a^2b-9ab)=-8a^2b+6ab+4a^2b-9ab=-4a^2b-3ab$ → Se ordenan los polinomios con respecto a la misma variable y se indica la operación. Se eliminan los paréntesis y se agrupan los términos semejantes.

FORMA VERTICAL

$$\begin{array}{r} -8a^2b+6ab \\ +4a^2b-9ab \\ \hline -4a^2b-3ab \end{array}$$

→ Se escriben los polinomios de modo que los términos semejantes queden ubicados en columna. Se reducen los términos semejantes.

RESTA DE POLINOMIOS

La **resta de polinomios** consiste en sumar al minuendo el opuesto del sustraendo. También podemos **restar polinomios** escribiendo el opuesto de uno debajo del otro, de forma que los monomios semejantes queden en columnas y se puedan sumar.

FORMA HORIZONTAL

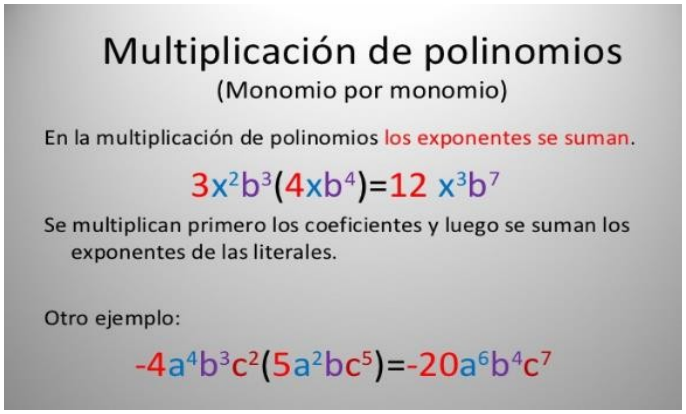
$\underbrace{(-8a^2b+6ab)}_{\text{Minuendo}}-\underbrace{(4a^2b-9ab)}_{\text{Sustraendo}}=-8a^2b+6ab-4a^2b+9ab=-12a^2b+15ab$ → Se quitan los paréntesis cambiando los signos a todos los términos del sustraendo luego se marcan los términos para reducir los que son semejantes

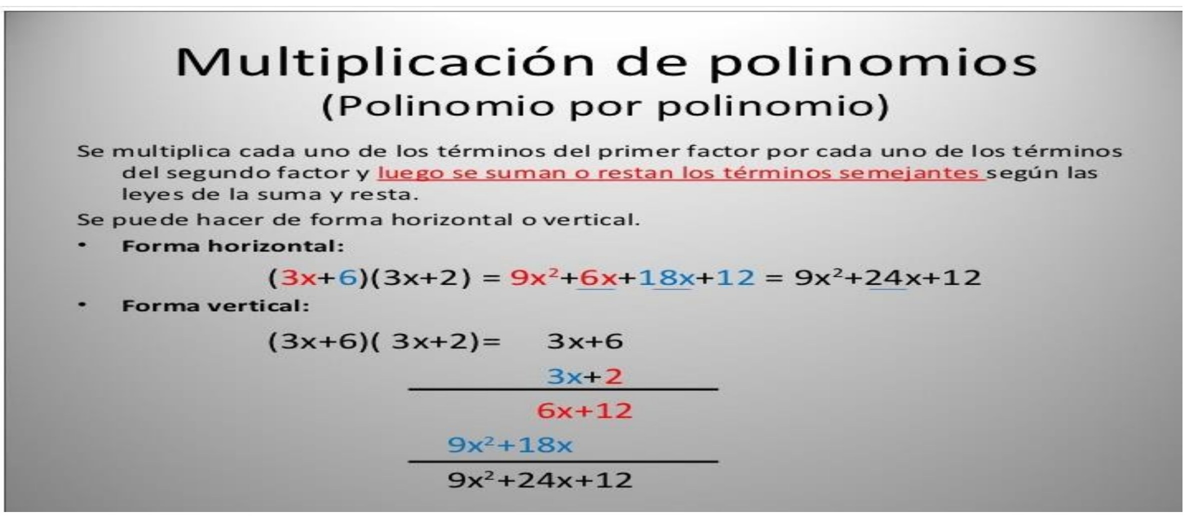
FORMA VERTICAL

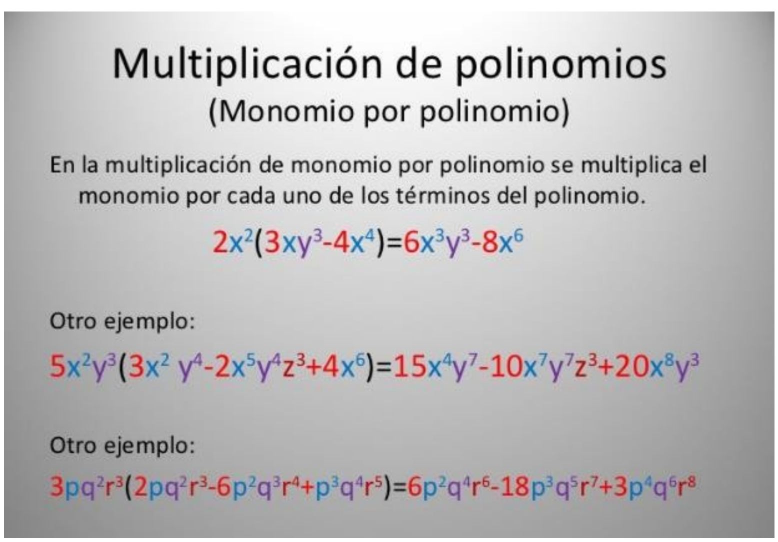
$$\begin{array}{r} -8a^2b+6ab \\ -4a^2b+9ab \\ \hline -12a^2b+15ab \end{array}$$

→ Se escribe el minuendo luego abajo se escribe el sustraendo cambiando el signo de todos los términos acomodando los términos semejantes en la misma columna para poder sumarlos.

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS







ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1 (TÉRMINOS SEMEJANTES)

Términos semejantes

1.-Relaciona los términos semejantes:

$23x^2y$	$67\ ab$
$45\ m^5n$	$12\ mn^5$
$12\ ab$	$7\ yz^2$
$2\ mn^5$	$4\ x^2y$
$3\ yz^2$	$13\ m^5n$

2.-Selecciona verdadero o falso para indicar si los términos son semejantes o no:

$3xy$	xy →	V	F
$7a^2b$	$2b^2a$ →	V	F
$20m^3n^2$	$3m^3n^2$ →	V	F
abc^5	$8abc^5$ →	V	F

EJEMPLO DE MUESTRA.

Término Semejante

- Son aquellos que tiene exactamente las mismas variables elevadas al mismo exponente:

$$x^2 \quad \text{Y} \quad 3x^{2}$$

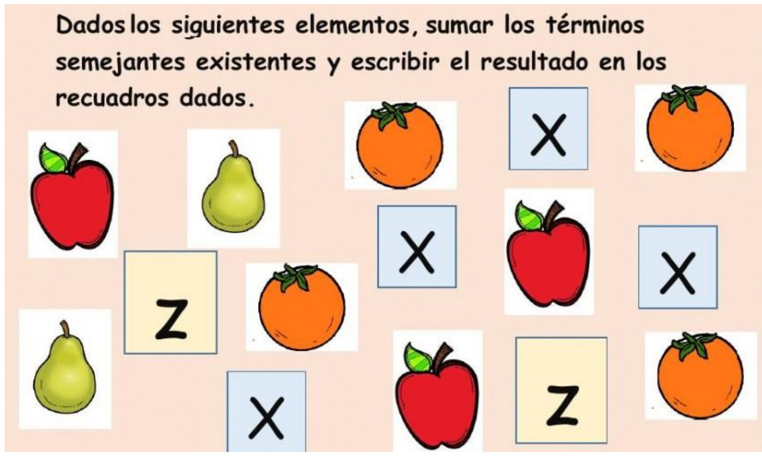
Exponente

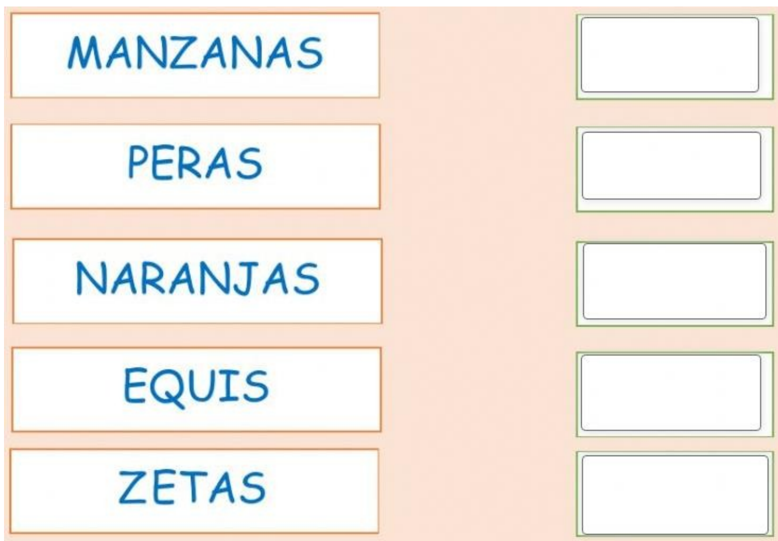
Variable

Son semejantes porque tienen la misma variable x y el mismo exponente 2

IMAGEN RECUPERADA DE: https://tomi.digital/es/72294/p2act2reduccion-de-terminos-semejantes?utm_source=google&utm_medium=seo

ACTIVIDAD 2 (REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES)





EJEMPLO DE MUESTRA.

Recuerda...

• Cuando dos o más términos son semejantes se pueden simplificar:

$$x^2 \quad Y \quad 3x^2$$

Entonces podemos simplificarlo a una sola expresión a través de la suma o resta, en este caso ambos términos son positivos, por lo tanto:

$$x^2 + 3x^2 = 4x^2$$

Solo se suman los coeficientes, la letra y el exponente quedan exactamente igual.

IMAGEN RECUPERADA DE: https://tomi.digital/es/72294/p2act2reduccion-de-terminos-semejantes?utm_source=google&utm_medium=seo

ACTIVIDAD 3 (SUMA DE POLINOMIOS)

Realizar las sumas de forma horizontal y vertical, posteriormente relacionar con cada resultado.

$(8x^2+6x)+(-5x^2+11x)=$ ______________

$(2a+7b)+(5a-3b)=$ ______________

$(-5m^2+2m-8)+(10m^2+6m-9)=$ ______________

$(-13a^2b-6ab)+(8a^2b+10ab)=$ ______________

$(5y^2+3y)+(-4y+7)+(-y^2+y-3)=$ ______________

$$+\begin{array}{r} 8m^2-6m-12 \\ -7m^2-9m+4 \\ -5m^2+5m+25 \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} -11a^2b+9ab \\ 9a^2b-5ab \\ -4a^2b+8ab \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 9a+15b \\ -3a-24b \\ -3a+13b \\ \hline \end{array}$$

$$+\begin{array}{r} 9x^2+11y \\ -9x^2-23y \\ \hline \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 14y^2+10y \\ -15y^2-5y \\ \hline \end{array}$$

$-4m^2-10m+17$

$-6a^2b+12ab$

$4y^2+4$

$7a+4b$

$-12y$

$-y^2+5y$

$-5a^2b+4ab$

$5m^2+8m-17$

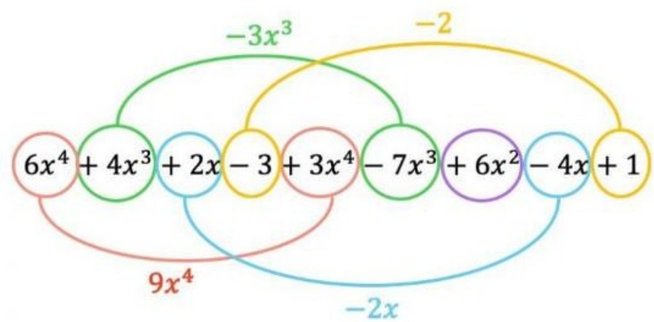
$3x^2+17x$

$3a+4b$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

1. Suma de forma horizontal.

$$(6x^4+4x^3+2x-3)+(3x^4-7x^3+6x^2-4x+1)$$



$$9x^4-3x^3+6x^2-2x-2$$

IMAGEN RECUPERADA DE: https://www.polinomios.org/suma-de-polinomios-ejemplos-ejercicios-resueltos-sumar/

2. Sumas de forma vertical.

- También podemos colocarlos en forma de columna

$$(4a^2 + 7a - 12) + (-9a^2 - 6 + 2a)$$

Se coloca el término semejante debajo del semejante.

$$\begin{array}{rrrr} & 4a^2 & +7a & -12 \\ (+) & -9a^2 & +2a & -6 \\ \hline & -5a^2 & +9a & -18 \end{array}$$

Regla de suma:
Signos iguales se suman y el total mantiene el signo.
Signos diferentes se restan y la diferencia lleva el signo del mayor en valor absoluto.

IMAGEN RECUPERADA DE: http://matematicaespiritu yarte.blogspot.com/2015/08/suma-de-polinomios.html

$$\left(3x^4 + 2x^2 - 6x + 7\right) + \left(-5x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x - 4\right)$$

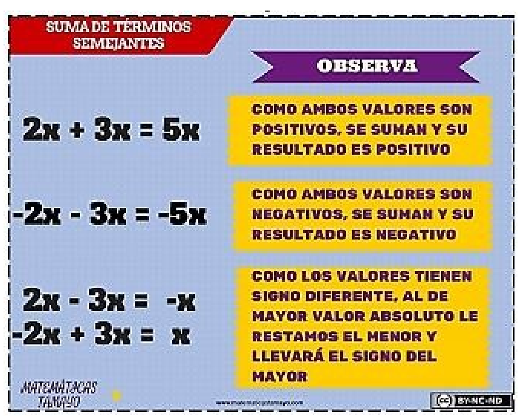
$$\begin{array}{rrrrr} 3x^4 & & +2x^2 & -6x & +7 \\ -5x^4 & +3x^3 & -x^2 & -3x & -4 \\ \hline -2x^4 & +3x^3 & +x^2 & -9x & +3 \end{array}$$

IMAGEN RECUPERADA DE: https://es.slideshare.net/paprages/mat2-ud6-p1expresiones-algebraicas

SITUACIONES A TOMAR EN CUENTA PARA OPERACIONES DE SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

(Reducción de términos semejantes)

En este recuadro se pueden observar las diferentes posibilidades que se presentan con los términos semejantes sea en operación de suma o resta, según las condiciones que se planteen en cada ejercicio, es decir, que será necesario tomar en cuenta sus signos para saber qué operación se deberá efectuar con cada pareja de términos y así mismo será en caso de tener mayor número de términos involucrados en determinada operación.



ACTIVIDAD 4 (RESTA DE POLINOMIOS)

Realizar las restas de forma horizontal (adjuntar procedimiento) y luego relacionar con su respectivo resultado.

$(2a+7b)-(5a-3b) =$ ____________	$-15m^2-4m-17$
$(-5m^2+2m-8)-(10m^2+6m+9)=$ ____________	$-20a^2b+14ab$
$(-13a^2b-6ab)-(8a^2b+10ab)=$ ____________	$-3a+10b$
$(-7m^2-9m+4)-(-5m^2+5m+21)=$ ____________	$-3a+20b$
$(-11a^2b+9ab)-(9a^2b-5ab)=$ ____________	$-21a^2b-16ab$
$(3a+15b)-(6a-5b)=$ ____________	$-2m^2-14m-17$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

$$(3x^4+2x^2-6x+7)-(-5x^4+3x^3-x^2-3x-4)$$
$$=3x^4+2x^2-6x+7+5x^4-3x^3+x^2+3x+4$$
$$=8x^4-3x^3+3x^2-3x+11$$

IMAGEN RECUPERADA DE: http://www.slideshare.com

De $6x+3y$ *restar* $5x+2y$

$$(6x+3y)-(5x+2y)$$
$$6x+3y-5x-2y$$
$$x+y$$

De $3n^2-2n+5$ *restar* $4n^2+8n+2$

$$(3n^2-2n+5)-(4n^2+8n+2)$$
$$3n^2-2n+5-4n^2-8n-2$$
$$-n^2-10n+3$$

IMÁGENES RECUPERADAS DE: http://www.videosdematematicas.com

1. Efectuar las restas de forma vertical (adjuntar procedimiento) y luego seleccionar la respuesta correcta.

$De\ (11x^2 - 2x - 4)\ restar\ (-2x - 5)$

LA RESPUESTA ES:

$De\ (x^2 - 5x - 10)\ restar\ (-3x^2 + 9x + 2)$

LA RESPUESTA ES:

$12x^2 - 4x - 1$

$4x^2 - 14x - 12$

$2x^2 - 14x - 8$

$11x^2 + 1$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

EJEMPLO:

DE $7a - 5b + 6z$ Restar $5a + 5b - 8$

$$= (7a - 5b + 6z) - (5a + 5b - 8)$$

$$\begin{array}{rrrr} 7a & -5b & +6z & \\ -5a & -5b & & +8 \\ \hline +2a & -10b & +6z & +8 \end{array}$$

Una vez que tenemos acomodados los dos polinomios de acuerdo a su término semejante, podemos restar o sumar atendiendo la ley de los signos para suma y resta.

IMAGEN RECUPERADA DE: https://tomi.digital/es/72724/p2act7resta-de-polinomios

$$(3x^4 + 2x^2 - 6x + 7) - (-5x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x - 4)$$

$$\begin{array}{rrrrr} 3x^4 & & +2x^2 & -6x & +7 \\ +5x^4 & -3x^3 & +x^2 & +3x & +4 \\ \hline 8x^4 & -3x^3 & +3x^2 & -3x & +11 \end{array}$$

IMAGEN RECUPERADA DE: http://www.slideshare.com

ACTIVIDAD 5 (MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS)

1. Realizar de forma horizontal las siguientes multiplicaciones (adjuntar el procedimiento) y luego seleccionar la respuesta correcta.

1. $(3x^2)(-4x^3) =$
- a) $-7x^5$
- b) $-12x^6$
- c) $-12x^5$

2. $(-2ab^3)(-7a^2b^2c^3) =$
- a) $14a^3b^5c^3$
- b) $-9a^3b^5c^3$
- c) $14a^2b^5c^3$

3. $4x \cdot (2x + 3)$
- $8x^2 + 3x$
- $8x^2 + 4x$
- $8x^2 + 12x$

4. $(3x - 2y)(y + 2x) =$
- $6x^2 - xy - 2y^2$
- $5x^2 - 7x - 2y^2$
- $6x^2 + xy - y^2$

5. $(a - 4)(a + 3) =$
- $a^2 - a - 12$
- $2a^2 - 7a - 12$
- $a^2 - a + 7$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

Multiplicación de monomios

Para multiplicar dos monomios se siguen estos pasos:
1. Primero se multiplican los signos
2. Se multiplican los números, también llamados coeficientes
3. Se multiplican las literales, para ello se suman los exponentes de las letras iguales.

Ejemplo 1:
$5x^5(4x^2) = 20x^7$

Ejemplo 2:
$-4a^5(7a^2y) = -28a^7y$

IMAGEN RECUPERADA DE: https://es.liveworksheets.com/qj1485503zl

MULTIPLICACIÓN
Monomio por Polinomio

$$2a(3a-5b)=6a^2-10ab$$

$$3x(4x+7y)=12x^2+21xy$$

$$5b(2a+3b)=10ab+15b^2$$

IMAGEN RECUPERADA DE: https://videosdematematicas.com

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIO POR POLINOMIO

$$(x+2)\cdot(6x+1)$$
$$=x\cdot 6x+x\cdot 1+2\cdot 6x+2\cdot 1$$
$$=6x^2+x+12x+2$$
$$=6x^2+13x+2$$

$$(2x+3)\cdot(5x-2)=$$
$$=2x\cdot 5x+2x\cdot(-2)+3\cdot 5x+3\cdot(-2)$$
$$=10x^2-4x+15x-6$$
$$=10x^2+11x-6$$

IMÁGENES RECUPERADAS DE: https://matesfacIL.com/ESO/polinomios/multiplicar

2. Completar los espacios en las siguientes multiplicaciones efectuadas de forma vertical.

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad\quad 5x^3 \\ \hline \square^{\square}\ \ \square^{\square}\ \ \square^{\square} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2x^3 & -3x^2 & +4x \\ \times & & & 2x^2 & -3 \\ \hline & & -6x^3 & \square^{\square} & -12x \\ \square^{\square} & -6x^4 & +8x^3 & & \\ \hline \square^{\square} & -6x^4 & \square^{\square} & +9x^2 & -12x \end{array}$$

EJEMPLOS DE MUESTRA.

EJEMPLO 1: multiplicar los polinomios: $P(x) = 7x^3 - 5x + 2$ y $Q(x) = 2x^2 + 5x - 1$

❖ Para realizar la multiplicación disponemos los polinomios de la siguiente forma, para multiplicar cada término, y luego sumar los términos semejantes:

$$\begin{array}{rrrrrr}
 & & 7x^3 & & -5x & +2 \\
 & & & 2x^2 & +5x & -1 \\
\hline
 & & -7x^3 & & +5x & -2 \\
 & 35x^4 & & -25x^2 & +10x & \\
14x^5 & & -10x^3 & +4x^2 & & \\
\hline
14x^5 & +35x^4 & -17x^3 & -21x^2 & +15x & -2
\end{array}$$

EJEMPLO 2: Realizar la siguiente multiplicación de polinomios:

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 7x^2 & +3x & -1 \\
 & & 6x^2 & -2x & +4 \\
\hline
 & & 28x^2 & +12x & -4 \\
 & -14x^3 & -6x^2 & +2x & \\
42x^4 & +18x^3 & -6x^2 & & \\
\hline
42x^4 & +4x^3 & +16x^2 & +14x & -4
\end{array}$$

IMÁGENES RECUPERADAS DE: https://es.slideshare.net/margaritapatino/a-captulo-2-expresiones-algebraicas

Ley de signos
Multiplicación

$+ \cdot + = +$

$+ \cdot - = -$

$- \cdot + = -$

$- \cdot - = +$

IMAGEN RECUPERADA DE: https://videosdematematicas.com

ASIGNATURA: ÁLGEBRA RECUPERACIÓN TERCER PERIODO

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Aplicar los procedimientos algorítmicos para resolver los casos de productos notables: cuadrado de un binomio, producto de la suma por la diferencia de dos términos, producto de la forma (x+a)(x+b), y cubo de un binomio.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

PRODUCTOS NOTABLES

5 Productos notables

Explora

Una finca está parcelada tal como muestra la Figura 1. En cada región sembraron diferentes productos.

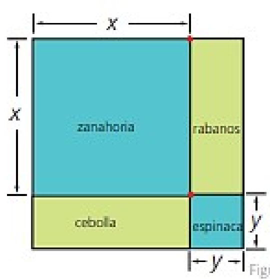


Figura 1

- ¿Qué área corresponde al cultivo de espinacas?
- ¿Cuál es la expresión que permite determinar el área total de la finca?

TECNOLOGÍAS de la información y la comunicación

Encontrarás algunos ejercicios relacionados con los productos notables. Estos te ayudarán a evaluar tu grado de comprensión acerca del tema.

www.e-sm.net/8smt03

Para calcular el área del terreno destinado al cultivo de espinacas, es necesario hallar el valor del cuadrado pequeño que está en la parte inferior de la Figura 2

Observa que cada lado tiene una longitud representada por la variable y; por lo tanto, el área será igual a y^2.

En cuanto a la expresión para determinar el área total de la finca, se puede calcular el área de cada una de las secciones y sumarlas. Entonces:

$A1 = x \cdot x$ $\quad A2 = (x)(y) = xy$ $\quad A3 = (x)(y) = xy$ $\quad A4 = (y \cdot y) = y^2$

Luego, el área de la finca se calcula sumando $x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Sin embargo, este resultado también se puede calcular encontrando primero la expresión que corresponde al lado de la finca y elevándola al cuadrado. Observa:

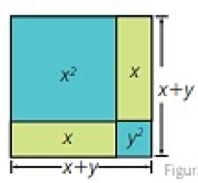


Figura 2

$(x + y)^2 =$

$(x + y)(x + y) =$

$x^2 + 2xy + y^2$

Esto corresponde a un producto notable.

Los **productos notables** son regularidades que se pueden calcular sin necesidad de aplicar el algoritmo de la multiplicación.

5.1 Cuadrado de un binomio

El **cuadrado de un binomio** es igual al cuadrado del primer término más (o menos) el doble del primer término por el segundo, más el segundo término al cuadrado.

Cuadrado de la suma de dos términos	Cuadrado de la resta de dos términos
$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$	$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

App

Productos notables

Abre la aplicación *MathSteps*, escribe expresiones algebraicas y realiza cálculos sencillos. Compara tus soluciones con las dadas por la aplicación.

Ejemplo 1

Observa la solución del producto notable $(m + n)^2$.

- Se eleva el primer término al cuadrado: m^2
- Se halla el doble del primer término por el segundo: $2mn$
- Se eleva el segundo término al cuadrado: n^2
- Por último, se suman las expresiones obtenidas: $m^2 + 2mn + n^2$

5.2 Producto de la suma por la diferencia de dos términos

El **producto de la suma por la diferencia de dos términos** es equivalente a la diferencia entre el cuadrado del primer término y el cuadrado del segundo término.

Ejemplo 2

Efectúa el producto notable $(2a - 4b)(2a + 4b)$.

- Se eleva el primer término al cuadrado: $(2a)^2 = 4a^2$
- Se eleva el segundo término al cuadrado: $(4b)^2 = 16b^2$
- Se unen los dos términos mediante el signo de diferencia: $4a^2 - 16b^2$

5.3 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$

El **producto de la forma** $(x + a)(x + b)$ es equivalente al cuadrado del término común, más el producto de dicho término por la suma de los no comunes, más el producto de los términos no comunes.

Ejemplo 3

Calcula, el producto notable $(x + 7)(x + 6)$.

- Se calcula el primer término elevado al cuadrado: x^2
- Se calcula el producto del primer término por la suma de los términos no comunes: $x(7 + 6)$
- Se halla el producto de los segundo términos de los binomios: $(7)(6)$
- Se establece la igualdad correspondiente: $(x + 7)(x + 6) = x^2 + 13x + 42$

5.4 Cubo de un binomio

El **cubo de un binomio** es equivalente al cubo del primer término, más (o menos) el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo término, más (o menos) el cubo del segundo término.

Cubo de la suma de dos términos	Cubo de la diferencia de dos términos
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Tabla 2

Ten en cuenta

El volumen del cubo de arista $x + y$ se calcula desarrollando la expresión $(x + y)^3$.

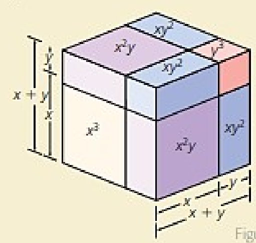


Figura 3

Sin embargo, se puede expresar en términos de los volúmenes más pequeños, como se observa en la Figura 4.

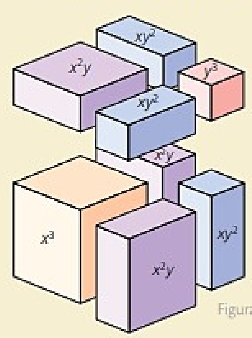


Figura 4

Ejemplo 4

Observa cómo se determina el cubo del binomio $(a + b)$.

- Se halla el primer término elevado al cubo: a^3
- Se calcula el triple del cuadrado del primer término por el segundo: $3a^2b$
- Se busca el triple del primer término por el segundo al cuadrado: $3ab^2$
- Se expresa el segundo término elevado al cubo: b^3

Por lo tanto, $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Ejemplo 5

Analiza cómo se halla el resultado de $(2m - n)^3$.

- Se halla el primer término elevado al cubo: $(2m)^3 = 8m^3$
- Se calcula el triple del cuadrado del primer término por el segundo: $3(2m)^2n = 12m^2n$
- Se multiplica el triple del primer término por el segundo elevado al cuadrado: $3(2m)(n)^2 = 6mn^2$
- Se eleva el segundo término al cubo: n^3

Por lo tanto, el resultado es $8m^3 - 12m^2n + 6mn^2 - n^3$.

Observa que cuando se trata de un binomio por diferencia, todos los signos se intercalan empezando por uno positivo.

Ten en cuenta

En resumen, el producto de la forma $(x + a)(x + b)$ se resuelve así:

$(x + a)(x + b) =$

$x^2 + x(a + b) + ab$

Para calcular el cubo de un binomio, se realiza lo siguiente:

$(a + b)^3 =$

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

También se puede realizar así:

$(a - b)^3 =$

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

FUENTE: Ministerio de educación del Ecuador. (2016, p. 72-75). Productos notables.

RECURSOS

RECURSO 1: CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES | PRODUCTOS NOTABLES (CUADRADO DE UN BINOMIO)
https://www.youtube.com/watch?v=zmz0RjoIl0Y

RECURSO 2: CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES | PRODUCTOS NOTABLES (CUADRADO DE UN BINOMIO)
https://www.youtube.com/watch?v=ubj9qS69cwY

RECURSO 3: PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA |BINOMIO CONJUGADO |PRODUCTOS NOTABLES
https://www.youtube.com/watch?v=NrHAZ8q6_mY

RECURSO 4: PRODUCTOS NOTABLES: PRODUCTO DE LA FORMA (X+A)(X+B)
https://www.youtube.com/watch?v=PavFBUGLOIo

RECURSO 5: CUBO DE UN BINOMIO PRODUCTOS NOTABLES | EJEMPLO 1
https://www.youtube.com/watch?v=Ibe_kqg7uRs

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

1) Unir con líneas los producto notable iguales, (que correspondan), dada su formula de aplicación.

a. Cuadrado de la suma de un binomio.	*a.* $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
b. Cubo de la suma de un binomio.	*b.* $x^2 - y^2$
c. Producto de la forma (x+a)(x+b).	*c.* $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
d. Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades.	*d.* $x^2 - 2xy + y^2$
e. Cuadrado de la resta de un binomio.	*e.* $x^2 + 2xy + y^2$
f. Cubo de la resta de un binomio.	*f.* $x^2 + (a \pm b)x + a.b$

2) Aplicar las reglas respectivas para desarrollar los siguientes productos notables de forma correcta y luego ordenar los resultados y los signos (+ y -), según corresponda.

1) $(x+3)^2 = \square \quad \square \quad \square$

2) $(x-3)^2 = \square \quad \square \quad \square$

3) $(x+3)^3 = \square \quad \square \quad \square \quad \square$

4) $(x-3)^3 = \square \quad \square \quad \square \quad \square$

5) $(x+3)(x-3) = \square \quad \square$

6) $(x+3)(x-5) = \square \quad \square \quad \square$

$\boxed{x^3}\boxed{+\,9x^2}\boxed{+\,27x}\boxed{+\,27}$ $\boxed{x^2}\boxed{+\,6x}\boxed{+\,9}$

$\boxed{x^2}\boxed{-\,9}$ $\boxed{x^2}\boxed{-\,2x}\boxed{-\,15}$

$\boxed{x^3}\boxed{-\,9x^2}\boxed{+\,27x}\boxed{-\,27}$

$\boxed{x^2}\boxed{-\,6x}\boxed{+\,9}$

ACTIVIDAD 2

Cuadrado de una suma: $(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

- $(2x+1)^2 = \square x^2 + \square x + \square$
- $(x+3)^2 = \square x^2 + \square x + \square$

Cuadrado de una diferencia: $(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

- $(3x-1)^2 = \square x^2 - \square x + \square$
- $(x-2)^2 = \square x^2 - \square x + \square$

Suma por diferencia: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

- $(2x+1) \cdot (2x-1) = \square x^2 - \square$
- $(2x+3) \cdot (2x-3) = \square x^2 - \square$

Término Común:

$$(a+b) \cdot (a+c) = a^2 + (b+c)a + bc$$

"Cuadrado del término común, más la suma de los términos distintos multiplicada por el término común y más el producto de los términos distintos"

La estructura que representa esta fórmula es:

$$(\square + \star)(\square + \triangle) = (\square)^2 + (\star + \triangle) \cdot \square + \star \cdot \triangle$$

- $(x+3) \cdot (x+2) = \square^2 + (\square + \square)x + \square \cdot \square$

  $= \square^2 + \square + \square$

- $(a+8) \cdot (a-7) = \square^2 + (\square\ \square)\square + \square \cdot \square$

  $= \square^{\square} + \square - \square$

- $(p-9) \cdot (p-12) = \square^2 + (\square + \square) \cdot \square + \square \cdot \square$

  $= \square^2 - \square + \square$

"Binomio al cubo"

Instrucciones: Elige la respuesta correcta en cada una de las siguientes binomios

1. Es el resultado de resolver el siguiente binomio al cubo $(x-7)^3$	a) $X^3-21x^2+147x-343$ b) $X^3+21x^2+147x+343$ c) $X^3-21x^2+147x+343$ d) $X^3-21x^2-147x-343$
2. Es el resultado de resolver el siguiente binomio al cubo $(6x+3)^3$	a) $36x^2+324x^2+162x+27$ b) $216x^3-324x^2+162x-27$ c) $216x^3+324x^2+162x-27$ d) $216x^3+324x^2+162x+27$

EJEMPLOS CON SOLUCIÓN PASO A PASO

Cuadrado de la suma de dos cantidades

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

1) Desarrolle $(x+10)^2$.

- Cuadrado del primer término: x^2
- Dos veces el primero por el segundo: $2(x)(10)=20x$
- Cuadrado del segundo término: $10^2=100$

Respuesta: $(x+10)^2 = x^2 + 20x + 100$

2) Desarrolle $(7a^2+5x^3)^2$.

- Cuadrado del primer término: $7^2(a^2)^2=49a^4$
- Dos veces el primero por el segundo: $2(7a^2)(5x^3)= 70a^2x^3$
- Cuadrado del segundo término: $(5)^2(x^3)^2=25x^6$

Respuesta: $(7a^2 + 5x^3)^2 = 49a^4 + 70a^2 x^3 + 25x^6$

Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

1) Desarrolle $(x-10)^2$.

- Cuadrado del primer término: x^2
- Menos dos veces el primero por el segundo:- $2(x.10)=-20x$
- Cuadrado del segundo término: $10^2=100$

Respuesta: $(x-10)^2 = x^2 - 20x + 100$

2) Desarrolle $(7a^2-5x^3)^2$.

- Cuadrado del primer término: $7^2(a^2)^2=49a^4$
- Menos dos veces el primero por el segundo: $-2(7a^2)(5x^3)= -70a^2x^3$
- Cuadrado del segundo término: $(5)^2(x^3)^2=25x^6$

Respuesta: $(7a^2 - 5x^3)^2 = 49a^4 - 70a^2x^3 + 25x^6$

Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades (binomios conjugados)

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1) Desarrolle $(x+1)(x-1)$.

- Cuadrado del minuendo: x^2
- Menos el cuadrado del sustraendo: $-(1^2)=-1$

Respuesta: $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

2) Desarrolle $(5a+3a^2)(3a^2-5a)$.

- Cuadrado del minuendo: $(3a^2)^2=9a^4$
- Menos el cuadrado del sustraendo: $-(5^2a^2)=-25a^2$

Respuesta: $(3a^2 + 5a)(3a^2 - 5a) = 9a^4 - 25a^2$

Producto de dos binomios con tres cantidades diferentes

$(x+a)(x+b)$
$(x-a)(x-b)$
$(x-a)(x+b)$ ó $(x+a)(x-b)$

Primer caso

$(x+a)(x+b)= x^2+(a+b)x+ab$

Segundo caso

$(x-a)(x-b)= x^2-(a+b)x+ab$

Tercer caso

$(x-a)(x+b)= x^2+(-a+b)x-ab$ ó $(x+a)(x-b)= x^2+(a-b)x-ab$

1) Desarrolle (x+7)(x+2).

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x)(x)=x^2$
- Suma de los segundos términos por el primer término: $(7+2)x=9x$
- Producto de los segundos términos de los binomios: $(7)(2)=14$

Respuesta: $(x+7)(x+2)=x^2+9x+14$

2) Desarrolle (x-10)(x-5).

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x^2)(x)=x^3$
- Suma de los segundos términos por el primer término: $[(-10)+(-5)]x=-15x$
- Producto delos segundos términos de los binomios: $(-10)(-5)=50$

Respuesta: $(x-10)(x-5)=x^2-15x+50$

3) Desarrolle (x+5)(x-2).

- Producto de los primeros términos de los binomios: $(x)(x)=x^2$
- Suma de los segundos términos por el primer término: $[(5)+(-2)]x=3x$
- Producto de los segundos términos de los binomios: $(5)(-2)=-10$

Respuesta: $(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$

Cubo de la suma de dos cantidades

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

1) Desarrolle $(a+2)^3$.
- Cubo del primer término: a^3
- Triple del cuadrado del primero por el segundo: $3a^2 2=6a^2$
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(a)(2)^2=12a$
- Cubo del segundo término: $2^3=8$

Respuesta:$(a + 2)^3 = a^3 + 6a^2 +12a + 8$

2) Desarrolle $(3+y^2)^3$.
- Cubo del primer término: $3^3=27$
- Triple del cuadrado del primero por el segundo: $3(3)^2y^2=27y^2$
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(3)(y^2)^2=9y^4$
- Cubo del segundo término: $(y^2)^3=y^6$

Respuesta: $(3 + y^2)^3 = 27 + 27y^2 + 9y^4 + y^6$

Cubo de la resta de dos cantidades

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

1) Desarrolle $(x-2)^3$.
- Cubo del primer término: x^3
- Menos el triple del cuadrado del primero por el segundo: $-3(x)^2 2=-6x^2$
- Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(x)(2^2)=12x$
- Menos el cubo del segundo término: $-(2^3)=-8$

Respuesta: $(x - 2)^3 = x^3 - 6x^2 +12x - 8$

2) Desarrolle $(a^2-2b)^3$.
- Cubo del primer término: $(a^2)^3=a^6$
- Menos el triple del cuadrado del primero por el segundo: $-3(a^2)^2(2b)= -6a^4b$Triple del primero por el cuadrado del segundo: $3(a^2)(2b)^2=12a^2b^2$
- Menos el cubo del segundo término: $-(2b)^3=-8b^3$

Respuesta: $(a^2 - 2b)^3 = a^6 - 6a^4b +12a^2b^2 - 8b^3$

FUENTE: TodaMateria. (2018-2021). Prodcutos notables. Recuperado de: https://www.todamateria.com/productos-notables/