ASIGNATURA: ÁLGEBRA RECUPERACIÓN 4° PERIODO

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

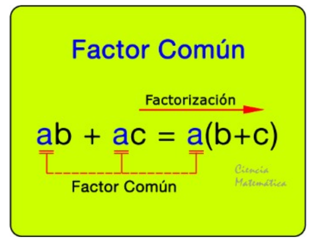
- Factorizar polinomios aplicando los casos de factor común y factor común por agrupación de términos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

FACTORIZACIÓN

FACTOR COMÚN

En álgebra un polinomio está compuesto por un ***factor común*** cuando una misma cantidad de números o letras se observan en todos los términos del polinomio.



Si dentro de un polinomio todos los términos figura un ***factor común***, el polinomio será igual al producto de ese factor por el polinomio que resulta cuando se divide cada término por dicho **factor.**

¿QUE ES UN FACTOR COMÚN MONOMIO? DEFINICIÓN Y EXPLICACIÓN

Definición: Un monomio es el que está dentro de todos los términos del polinomio y está constituido por el M.C.D de todos los coeficientes y las letras que se encuentran elevadas al menor exponente.

Explicación: Para obtener el factor común monomio, el primer paso es sacar el coeficiente común, segundo paso, sacar las letras que contengan elevaciones al menor exponente, el último paso es dividir cada término del polinomio entre el factor común monomio y la respuesta se escribe entre paréntesis.

¿CÓMO SACAR O RESOLVER UN FACTOR COMÚN MONOMIO?

La forma de factorizar un factor común monomio es encontrar un término o factor que sea común en toda la expresión. Para ello veamos el siguiente ejemplo resuelto.

EJEMPLO RESUELTO DE FACTOR COMÚN MONOMIO

1. El factor común iría con **"a"** a la uno ya que "**a"** es el término con menor exponente.
2. Abrimos paréntesis en el cual van a estar contenidos todos los términos
3. Bien ahora bien tenemos que buscar un término o un factor que sea común dentro de todos los términos al observar en este caso el factor común es "a" ya que también es que tiene menor exponente y el factor común queda como coeficiente a(.
4. Procedemos a realizar las divisiones "primer término dividido entre el factor común" $\Rightarrow a^3/a$ y debemos restar lo exponentes 3-1=2 por eso colocamos a^2 este resultado lo trasladamos a los paréntesis con el signo del segundo término en este caso es – (menos a la derecha, que corresponde al signo del término siguiente).
5. Bien repitamos el mismo procedimiento para el segundo término. "Recuerda en

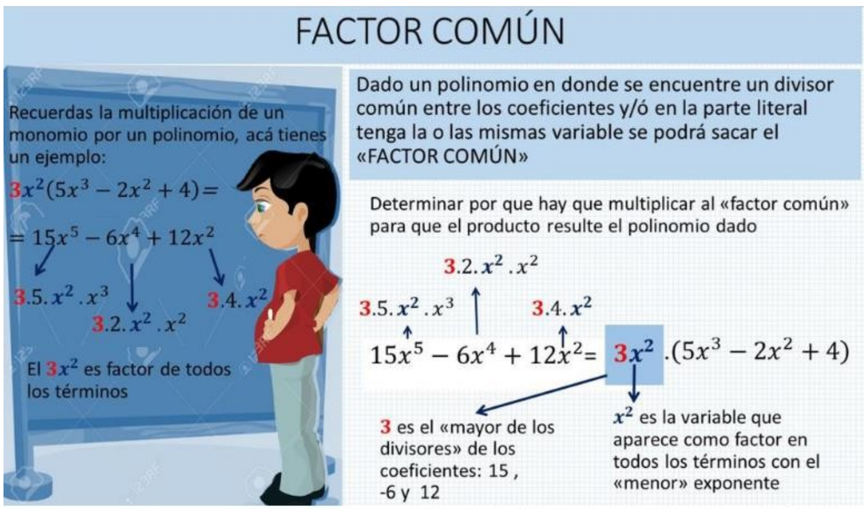
expresiones algebraicas siempre se deben dividir las letras comunes a con a". para el segundo término el resultado que debiste obtener es "ax" y lo trasladamos al paréntesis con el signo correspondiente al tercer término.

6. Por último solo nos queda el tercer término, siempre se realiza la división a / a es = 1 lo que significa que no es necesario ponerlo ya que al ser traslado al paréntesis no cuenta y x^2 no tiene término común así que lo dejamos así como está.

$a^3 - a^2x + ax^2 = a\,(a^2 - ax + x^2)$

$a^3 \div a = a^2$; $a^2x \div a = ax$; $ax^2 \div a = 1x^2$

Entonces la expresión $a^3 - a^2x + \mathbf{a}x^2$ factorizada por medio del factor común es $a\,(a^2 - ax + x^2)$.



FUENTE: WikiSabe. (2021). Factor común monomio. Recuperado de: https://wikisabe.com/factor-comun/monomio/

FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Podemos nombrar ***Factor Común por Agrupación de Términos*** si los términos de un polinomio pueden juntarse como grupos de términos, cada grupo con un factor común diferente.

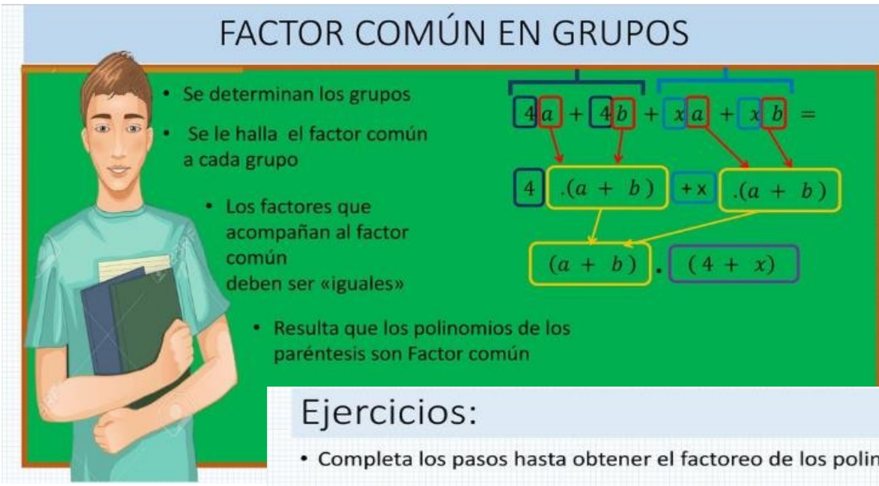
1) $\text{paso1} \quad a^2 + ab + ax + bx$

$\text{paso2} \quad (a^2 + ab) + (ax + bx)$

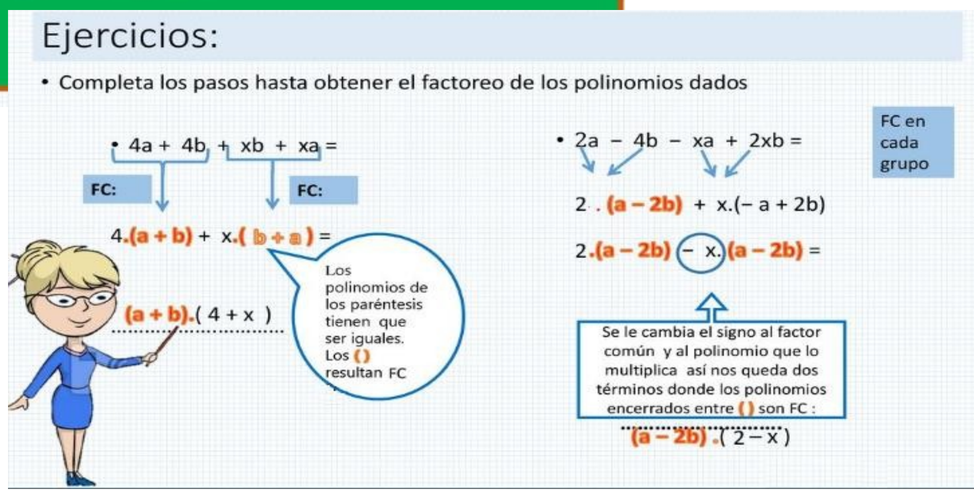
$\text{paso3} \quad a(a+b) + x\,(a+b)$

$\text{paso 4} \quad (a+b)(a+x)$

1. Observar los 4 términos del ejercicio.
2. Elegimos dos grupos encerrados por paréntesis cada grupo contiene 2 términos.
   (éstos se asocian buscando alguna relación o conexión entre ellos).
3. Sacamos el máximo común divisor que contiene cada grupo o letra que posee en común, luego en la agrupación ya tenemos los términos idénticos (a + b).
4. Reescribimos uno de los paréntesis idénticos y en el siguiente paréntesis colocamos los términos que quedan fuera y ese será el resultado. Para saber si éste es el correcto, se multiplica la respuesta encontrando como resultado el ejercicio inicialmente planteado.



FUENTE: WikiSabe. (2021). Factor común por agrupación de términos. Recuperado de: https://wikisabe.com/factor-comun-agrupacion-terminos/



FUENTE: POR MÁS MATEMÁTICA. (S.F.). FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS. Recuperado de: https://slideplayer.es/slide/16595236/

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1 (FACTOR COMÚN)

EJERCICIO 1

1. **Responde a la siguiente pregunta**

¿Cómo se saca el factor común numérico?

- ☐ Sumando los coeficientes
- ☐ Multiplicando los coeficientes
- ☐ Calculando el Máximo Común Divisor de los coeficientes

2. Responde a la siguiente pregunta

¿Cómo saco el factor común literal o de las letras?

- ☐ Escribo cada letra que se repita con el mayor exponente con que aparezca en la expresión
- ☐ Escribo cada letra que se repita con el menor exponente con que aparezca en la expresión
- ☐ Escribo cada letra que se repita con el mayor coeficiente con que aparezca en la expresión

3. Responde a la siguiente pregunta

Al dividir letras se

- ☐ Restan los exponentes
- ☐ Suman los exponentes
- ☐ Multiplican los exponentes

4. Responde a la siguiente pregunta

Lo que se coloca dentro del paréntesis es:

- ☐ Cada resultado de multiplicar cada término entre el factor común
- ☐ Cada resultado de dividir cada término entre el factor común
- ☐ Cada resultado de restar cada término entre el factor común

EJERCICIO 2

Ejercicios con ejemplo de resolución:

Para saber por que se multiplicó se calcula el cociente $\frac{14x^4}{7x} = 2x^3$

- Dado el factor común, completa el polinomio
- $14x^4 - 35x - 7x^2 = 7x.(2x^3 - 5 - x)$
- $15 + 20x - 35x^2 = 5.(3 + 4x - 7x^2)$
- $18x^5 + 12x^3 - 6x^2 + 30x^4 = 6x^2.(3x^3 + 2x - 1 + 5x^2)$

$\frac{7x^2}{7x} = x$

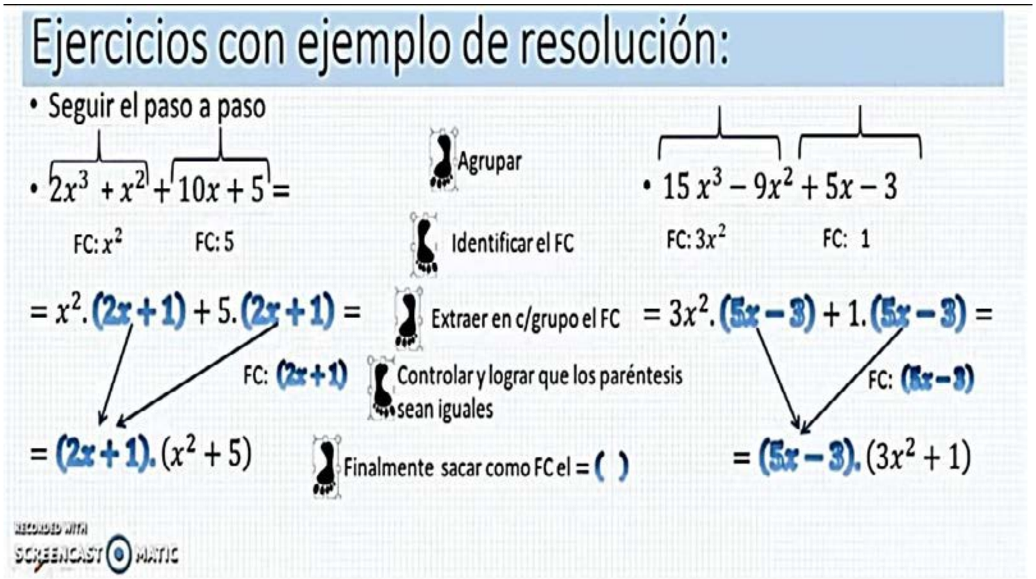
$\frac{35x}{7x} = 5$

Relacionar Mosaico

Factor común

$x^4m - 5xm$	$xm(x^3 - 5)$	$x^2 - x$	$4x^4 + 2x$	$x(x-1)$	$6m^2(3m-1)$	$2x(3y-2a)$	$18m^3 - 6m^2$
			$2x(2x^3+1)$	$6xy - 4ax$			

ACTIVIDAD 2 (FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS)



FUENTE: TodaMateria. (2018-2021). Prodcutos notables. Recuperado de: https://www.todamateria.com/productos-notables/

EJERCICIO 1

Completar los espacios:

$$\boxed{3a - b^2 + 2b^2x - 6ax}$$
$$= (3a - 6ax) - (b^2 - 2b^2x)$$
$$= \square\square(\square - \square\square) - \square^{\square}(\square - \square\square)$$
$$R//(\square - \square\square)(\square\square - \square^{\square})$$

$$\boxed{3m-2n-2nx^4+3mx^4}$$

$$= (3m+3mx^4)-(2n+2nx^4)$$

$$= \square\square(\square+\square^{\square})-\square\square(\square+\square^{\square})$$

$$R//(\square+\square^{\square})(\square\square-\square\square)$$

EJERCICIO 2

Une con una línea cada polinomio con su factorización.

a. $xy-4x+y-4$	$(a+1)(x-2y)$
b. $a(n+2)+(n+2)$	$(x+1)(y-4)$
c. $-5x(a+c)+2y(a+c)$	$(2-3z)(3x-2y)$
d. $6x-4y+6yz-9xz$	$(n+2)(a+1)$
e. $x(a+1)-2y(a+1)$	$(a+c)(2y-5x)$

3 Factorización de la diferencia de cuadrados perfectos

Explora

La figura 1 corresponde al plano de una finca destinada al cultivo. Allí se ha asignado un sector para la construcción de una casa cuya área equivale a la expresión y^2.

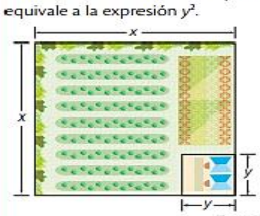


Figura 1

- ¿Cómo se puede expresar el área de la finca que se destina para cultivo?

El área que se usa para cultivo se calcula mediante la expresión x^2-y^2. En este caso, los términos x^2 y y^2 son cuadrados perfectos.

A partir de un procedimiento gráfico se puede obtener una expresión equivalente a la expresión x^2-y^2. Observa:

1. El área que se quiere calcular está determinada por el área total de la finca (x^2) menos el área que ocupa la casa (y^2). Gráficamente, corresponde a eliminar el cuadrado de lado y, de la superficie del cuadrado de lado x. (Figura 2)

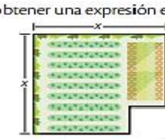


Figura 2

2. Se puede trazar una línea imaginaria para determinar dos rectángulos de las siguientes dimensiones:
Rectángulo 1: $(x-y)$ y x
Rectángulo 2: $(x-y)$ y y
(Figura 3)

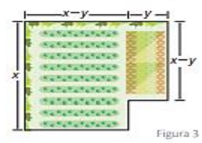


Figura 3

3. Se traslada el rectángulo 2 de tal forma que coincida con el rectángulo 1 por el lado de longitud $(x-y)$. Se obtiene así un rectángulo de dimensiones $(x-y)$ y $(x+y)$.
(Figura 4)

Por lo tanto, las expresiones x^2-y^2 y $(x-y)(x+y)$ son equivalentes.

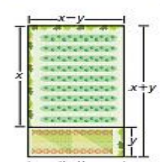


Figura 4

Factorizar una **diferencia de cuadrados** equivale al producto de la suma por la diferencia de las raíces cuadradas de los términos. Es decir: $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$.

TECNOLOGÍAS de la información y la comunicación

www.e-sm.net/8smt05

Observa un video relacionado con la factorización de la diferencia de cuadrados perfectos.

Ejemplo 1

La diferencia de cuadrados x^2-36 es equivalente al producto de la suma por la diferencia de las raíces cuadradas de x^2 y 36. Así:

$$x^2-36=(x+6)(x-6)$$

Actividad resuelta

Resolución de problemas

1 Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.

a. a^2-4 b. m^2-25 c. $4x^2-9$ d. $49n^2-1$

Solución:

a. $a^2-4=(a+2)(a-2)$, porque $\sqrt{a^2}=a$ y $\sqrt{4}=2$.

b. $m^2-25=(m+5)(m-5)$, porque $\sqrt{m^2}=m$ y $\sqrt{25}=5$.

c. $4x^2-9=(2x+3)(2x-3)$, porque $\sqrt{4x^2}=4x$ y $\sqrt{9}=3$.

d. $49n^2-1=(7n+1)(7n-1)$, porque $\sqrt{49n^2}=7n$ y $\sqrt{1}=1$.

RECURSOS

RECURSO 1: FACTORIZACIÓN POR DIFERENCIA DE CUADRADOS| EJEMPLOS

https://www.youtube.com/watch?v=dmUjA2V_vOQ

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Aplica factorización en las siguientes diferencias de cuadrados. Arrastra la respuesta donde corresponde.

$4x^2-225=$		$(13+23x^{12})(13-23x^{12})$
$1-25x^{14}=$		$(4y^{18}-16)(4y^{18}+16)$
$64m^{16}-9x^4=$		$(1+5x^7)(1-5x^7)$
$4m^{10}-x^2=$		$(2x+15)(2x-15)$
$169-529x^{24}=$		$(8m^8+3x^2)(8m^8-3x^2)$
$16y^{36}-256=$		$(2m^5-x)(2m^5+x)$

FUENTE: Ministerio de educación del Ecuador. (2016, p. 100). Factorización de la diferencia de cuadrados perfectos.

ACTIVIDAD 2

Selecciona los paréntesis correspondientes a la factorización:

$1-4x^4=$	$(-1+2x^2)$	$(1+2x)$	$(1-2x^2)$	$(2x^2+1)$	$(2x^2-1)$
$9x^2-81x^4$	$(-3x+9x^2)$	$(3x+9x^2)$	$(9x+3x^2)$	$(9x-3x^2)$	$(3x-9x^2)$

ACTIVIDAD 3

Factoriza la diferencia de cuadrados.

a. $16x^2-9y^2=$ ....

b. $144a^2-100b^2=$ ....

c. $400n^2-169m^2=$ ....

d. $144-9a^2=$ ....

4 Factorización de cubos perfectos. Suma y diferencia

Explora

El volumen de un cubo de lado a está dado por el producto entre su largo, su ancho y su alto, así:

$a \times a \times a = a^3$

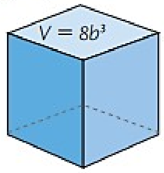


Figura 1

- ¿Cuál es la longitud del lado del cubo de la figura 1, si se sabe que su volumen es $8b^3$?

Para calcular la longitud del lado del cubo cuyo volumen es $8b^3$, se extrae la raíz cúbica de este valor. Es decir:

$$\sqrt[3]{8b^3} = 2b$$

El cálculo de raíces cúbicas será de gran ayuda en la factorización de cubos perfectos.

4.1 Factorización de la suma de cubos perfectos

La suma de dos cubos perfectos equivale al producto de dos factores: el primero, un binomio formado por las raíces cúbicas de los términos; el segundo, un trinomio cuyos términos son el cuadrado de la primera raíz menos el producto de las raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La **factorización de la suma de cubos perfectos** se expresa así:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Esta igualdad se obtiene al completar la figura en el espacio, de tal manera que las dimensiones del paralelepípedo que se forma son $x + y$, x y x, como en la figura 2

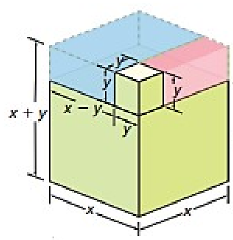


Figura 2

Ejemplo 1

Para factorizar la suma $x^3 + 27$ se sigue este proceso:

1. Se extrae la raíz cúbica del primer término. — Para x^3 es $\sqrt[3]{x^3} = x$
2. Se extrae la raíz cúbica del segundo término. — Para 27 es $\sqrt[3]{27} = 3$
3. Se expresa la suma de cubos como el producto de la suma de las raíces por la suma de los cuadrados de las raíces menos su producto. — $x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

4.2 Factorización de la diferencia de cubos perfectos

La diferencia de dos cubos perfectos equivale a multiplicar dos factores: el primero, un binomio formado por la diferencia de las raíces cúbicas de los términos; el segundo, un trinomio cuyos términos son el cuadrado de la primera raíz más el producto de las raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La **factorización de la diferencia de cubos perfectos** se expresa así:

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

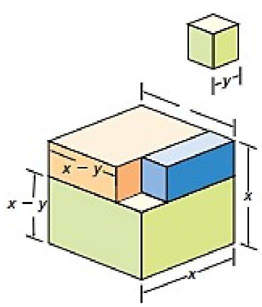


Figura 3

Un ejemplo gráfico de esta igualdad es la figura 3. Se obtiene al completar la figura en el espacio y calcular los volúmenes de cada una de las piezas resultantes.

Actividad resuelta

Resolución de problemas

1. Factoriza el binomio $x^3 - 8$.

Solución:

Factoriza la expresión $x^3 - 8$. Para ello, primero calcula la raíz cúbica de x^3 que es x y luego, la raíz cúbica de 8 que es 2.

Después, expresa $x^3 - 8$ como el producto de la diferencia de las raíces $(x - 2)$ y la suma de los cuadrados de las raíces más el producto de las mismas, es decir, $(x^2 + 2x + 4)$.

Entonces: $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

FUENTE: Ministerio de educación del Ecuador. (2016, p. 102). Factorización de cubos perfectos: Suma y diferencia.

RECURSOS

RECURSO 1: SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS – EJEMPLOS DE FACTORIZACIÓN

https://www.youtube.com/watch?v=X9DT2c1u_GU

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Completar los espacios con la información contenida en los recuadros que se observan al lado derecho, de forma que se satisfaga el resultado en cada caso.

$x^3 - 1 = (\_\_\_\_)(\_\_\_\_ + x + 1)$

$x^3 + 1 = (\_\_\_\_ + 1)(x^2 - \_\_\_\_ + 1)$

$x^3 + 27 = (x + \_\_\_\_)(x^2 - \_\_\_\_ + 9)$

$x^3 - 8 = (\_\_\_\_)(x^2 + 2x + \_\_\_\_)$

$x^3 + 8 = (x + \_\_\_\_)(\_\_\_\_ - \_\_\_\_ + 4)$

Palabras para completar los espacios

x^2	x	x–2	3	3x	x^2	2x
4	2	x	x–1			

ACTIVIDAD 2

Realiza los siguientes ejercicios **INCLUYENDO EL PROCEDIMIENTO PARA CADA UNO DE ELLOS**. Esto será un requisito fundamental para la aceptación y evaluación de esta actividad.

a. $1 - 64p^3$ **b.** $216m^6 - 125n^3$

c. $8x^3 + 125y^3$ **d.** $1\,000a^{12} + 8b^6$

e. $x^3 - 64y^6$ f. $1 - 125a^9y^9$

EJEMPLOS FACTORIZACIÓN SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

a) Factorizar $27x^3 + 8$

*La raíz cúbica de $27x^3$ es **3x** y de 8 es **2***

Sustituyendo las raíces encontradas en la fórmula respectiva:

$27x^3 + 8 = (3x+2)((3x)^2 - (3x)(2) + (2)^2)$

Desarrollando y simplificando las operaciones:

$= (3x+2)(9x^2 - 6x + 4)$ Solución.

b) Factorizar $m^6 - 216$

Raíz cúbica de m^6 ⇨ m^2 *y de 216* ⇨ **6**

Sustituyendo las raíces en la fórmula respectiva:

$m^6 - 216$ $= (m^2 - 6)((m^2)^2 + (m^2)(6) + 6^2)$

Desarrollando y simplificando las operaciones:

$= (m^2 - 6)(m^4 + 6m^2 + 36)$ **Solución**.

c) Factorizar $x^{15} + 64y^3$

La raíz cúbica de x^{15} ⇨ x^5 *y de* $64y^3$ ⇨ $4y$

Sustituyendo las raíces en la fórmula respectiva:

$$= \left(x^5 + 4y\right)\left((x^5)^2 - (x^5)(4y) + (4y)^2\right)$$

Desarrollando y simplificando las operaciones:

$= \left(x^5 + 4y\right)\left(x^{10} - 4x^5y + 16y^2\right)$ **Solución.**

FUENTE: EJERCICIOS DE ÁLGEBRA DE PEARSON. (2017). SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS BY JORGEACMONGE.

6 Factorización de trinomios cuadrados perfectos

Explora

Figura 1

El área de la pintura de Van Gogh está determinada por la expresión:

$x^2 - 16x + 64$

- ¿Cuál es la longitud de los lados de la pintura si se sabe que es cuadrada?

Para determinar los lados de la pintura se factoriza la expresión del área.

Identificamos que en este polinomio hay tres términos. El primero y el último son cuadrados perfectos y el valor central equivale al doble del producto de las raíces cuadradas del primero y tercer término; por eso se llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Trinomio cuadrado perfecto

$$a^2 \pm 2ab + b^2$$

Cuadrado perfecto — Cuadrado perfecto

Doble producto de las raíces cuadradas de a^2 y b^2

Un **trinomio cuadrado perfecto** se factoriza como un binomio al cuadrado, así:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \qquad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Al factorizar la expresión del área de la pintura se obtiene que:

$$x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$$

Por lo tanto, la medida de los lados de la pintura de la Figura 1 es $(x - 8)$.

Ejemplo 1

Para calcular la longitud de los lados de un cuadrado cuya área es $a^2 + 14a + 49$:

1. Se hallan las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos a^2 y 49. Esas raíces son a y 7, respectivamente. $\sqrt{a^2} = a$; $\sqrt{49} = 7$
2. Se verifica que el doble producto de esas raíces es $14a$, que corresponde al segundo término del polinomio. $2(a \cdot 7) = 14a$
3. Se factoriza la expresión y se obtiene como resultado $(a + 7)^2$. $a^2 + 14a + 7 = (a + 7)^2$

Por lo tanto, la longitud de cada lado del cuadrado es $(a + 7)$.

CULTURA del Buen Vivir

La confianza

Una manera de ganar confianza en nuestras habilidades personales es enfrentarse a diferentes retos y poniendo en práctica las soluciones obtenidas.

- ¿De qué manera consideras que puedes ganar confianza en la resolución de actividades matemáticas?

Actividad resuelta

Ejercitación

1 Determina cuáles de estos trinomios son cuadrados perfectos y factorízalos.

a. $4a^2 + 12ab + 9b^2$ b. $3a^2 + 30ab + 5b^2$

c. $36a^2 - 60ab + 25b^2$ d. $100a^2 + 90ab + 81b^2$

Solución:

a. Es un cuadrado perfecto, ya que las raíces del primer y tercer término son $2a$ y $3b$ y su doble producto es $2(2a)(3b) = 12ab$; es decir, es igual al segundo término. Luego, $4a^2 + 12ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2$.

b. No es un cuadrado perfecto, ya que el primer y el tercer término no son cuadrados perfectos.

c. Es un cuadrado perfecto, ya que las raíces del primer y tercer término son $6a$ y $5b$ y su doble producto es $2(6a)(5b) = 60ab$; es decir, es igual al segundo término. Luego, $36a^2 - 60ab + 25b^2 = (6a - 5b)^2$.

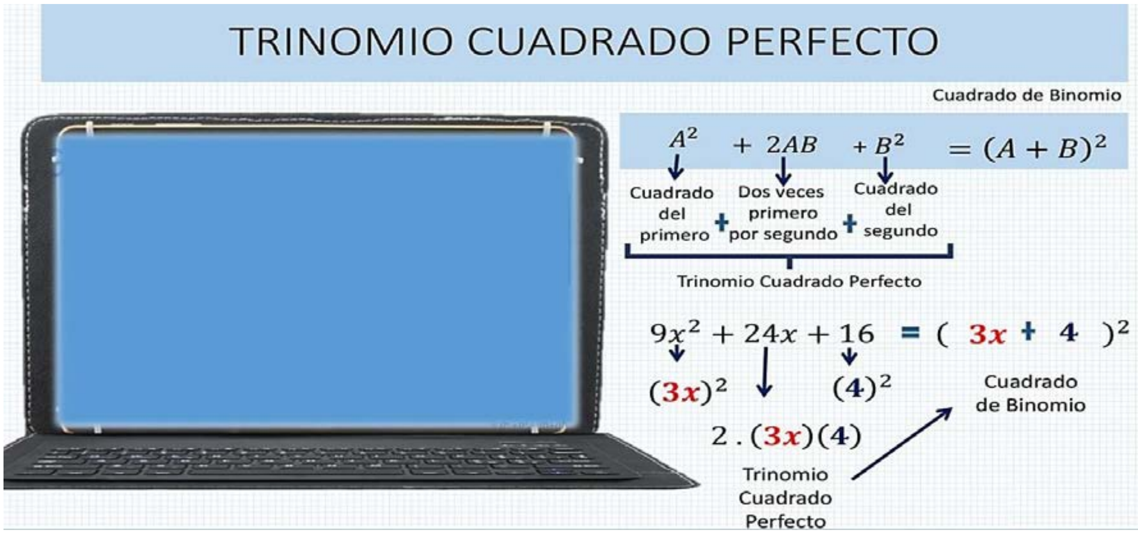
d. No es un cuadrado perfecto, ya que las raíces del primer y tercer término son $10a$ y $9b$, pero su doble producto es $2(10a)(9b) = 180ab$ y este no corresponde con el segundo término del trinomio.

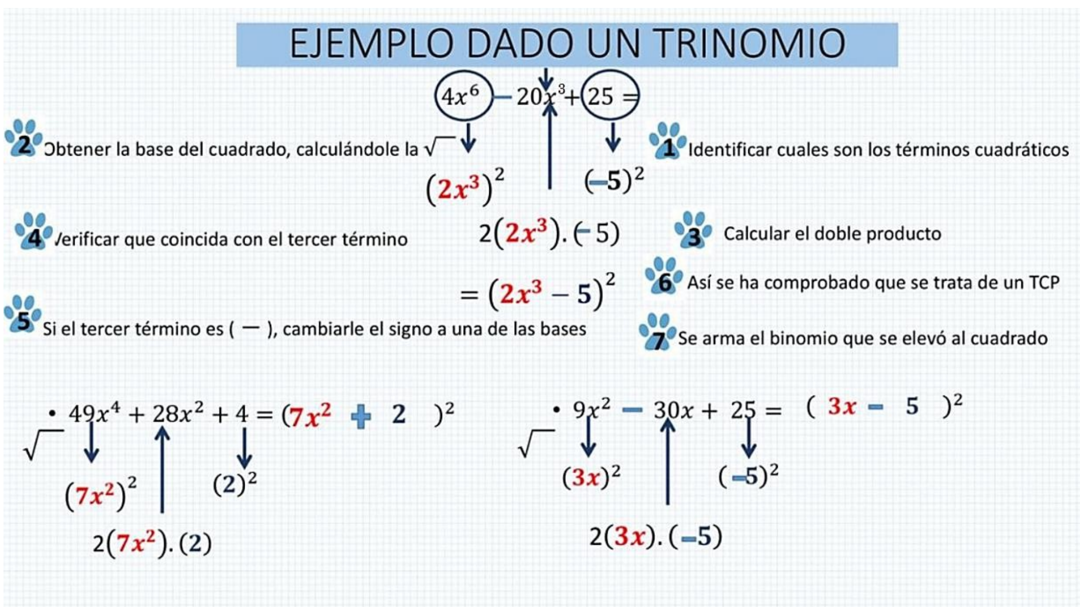
RECURSOS

RECURSO 1: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

https://www.youtube.com/watch?v=YAENVrFtO6E

EJEMPLOS





FUENTE: POR MÁS MATEMÁTICA. (S.F.). FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS. Recuperado de: https://slideplayer.es/slide/16595236/

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Relacionar cada trinomio de la primera columna con su respectiva factorización en la segunda columna.

$25x^2y^4 - 20xy^2 + 4$	$(2x + 7)^2$
$x^2y^2 - 8xy + 16$	$(xy - 4)^2$
$x^2 - 4x + 4$	$(5xy^2 - 2)^2$
$9 + 6x + x^2$	$(x - 2)^2$
$4x^2 + 28x + 49$	$(3 + x)^2$

ACTIVIDAD 2

Analizar cada trinomio inicialmente, con el propósito de determinar si corresponde a un trinomio cuadrado perfecto; posteriormente se procederá a realizar la factorización de ser posible (**SERÁ NECESARIO AGREGAR ESTA COMPROBACIÓN EN TODOS LOS EJERCICIOS**).

- $4x^2 + 24x + 36$
- $4a^2 - 8a + 16$
- $16x^2 + 40x + 25$
- $x^2 + 12x + 36$
- $64y^2 + 48y + 9$
- $16m^2 - 48m + 36$
- $25h^2 - 60h + 36$
- $x^2 + 4x + 16$

8 Factorización de trinomios de la forma $x^{2n} + bx^n + c$

Explora

La altura que alcanza un balón al ser lanzado se expresa como $x^2 - 7x + 10$.

- ¿Cuál es la expresión factorizada que corresponde a la altura del balón en el tiempo x?

Para expresar la altura del balón en forma factorizada, se buscan dos números p y q, tales que $p + q = -7$ y $p \cdot q = 10$.

Se determina el conjunto de factores de 10. Son: 1, 2, 5, 10, -1, -2, -5 y -10.

Se eligen aquellos factores que cumplan las condiciones dadas. Los dos números son -2 y -5, porque $-2 + (-5) = -7$ y $-2 \cdot -5 = 10$.

Luego, la expresión factorizada de $x^2 - 7x + 10$ es $(x - 2)(x - 5)$.

Un **trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$**, con n como un número entero, es factorizable si existen dos números p y q que cumplen las condiciones $p + q = b$ y $pq = c$. En este caso, el trinomio se expresa como el producto de dos binomios con primer término x^n y como segundos términos los números p y q. Es decir: $x^{2n} + bx^n + c = (x^n + p)(x^n + q)$

Actividades resueltas

Ejercitación

1 Halla p y q para que satisfagan las condiciones dadas:

a. $pq = 12$ y $p + q = 8$ **b.** $pq = -18$ y $p + q = 3$

Solución:

a. Se determinan las parejas de factores de 12 y se halla la suma de cada una.

Factores		Suma
p	q	$p + q$
1	12	13
2	**6**	**8**
3	4	7
-1	-12	-13
-2	-6	-8
-3	-4	-7

Tabla 1

Los números que satisfacen la condición son 2 y 6.

b. Se hallan las parejas de factores de -18 y se determina la suma de cada pareja.

Factores		Suma
p	q	$p + q$
1	-18	-17
2	-9	-7
3	-6	-3
-1	18	17
-2	9	7
-3	**6**	**3**

Tabla 2

Los números que satisfacen la condición son -3 y 6.

ACTIVIDADES

EJERCICIO 1

Elige los términos p y q, de modo que se cumpla que $x^{2n} + (p + q)x^n + pq$.

a. $x^2 + 5x + 6$ 5 1 3 2 4

b. $x^4 + 6x^2 + 8$ 2 -7 4 2 -1

EJERCICIO 2

Completa la Tabla con los números p y q que cumplan las condiciones dadas.

p	q	$p + q$	pq
		5	6
		3	-40
		-4	-21

EJERCICIO 3

Expresa cada polinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$.
Después, factorízalos de la forma $(x^n + p)(x^n + q)$.

a. $x^2 + 2x - 35 =$ ....

b. $x^4 + 4x^2 - 5 =$ ....

c. $x^6 + 6x^3 + 9 =$ ....

d. $x^8 + 13x^4 + 42 =$ ....

e. $x^2 - 14x + 33 =$ ....

EJERCICIO 4

Completa los siguientes trinomios para que las igualdades sean verdaderas.

a. $x^2 + \boxed{}\,x - \boxed{} = (x + 6)(x - 3)$

b. $m^2 + \boxed{}\,m - \boxed{} = (m + 9)(m - 8)$

c. $1 - \boxed{}\,a - \boxed{}\,a^2 = (1 - 8a)(1 + 6a)$

EJEMPLOS

Procedimiento:

1) Se extrae la raíz del término cuadrático y esta se coloca como primer término en ambos factores binomios, entre paréntesis. (x)(x)

2) Se coloca el signo del segundo término del trinomio en el primer factor. Y en el segundo factor se coloca el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término por el tercero. (x±)(x±)

3) Si los signos de los factores binomios **son iguales** se buscan dos números que **sumados** den el coeficiente del 2º término del binomio y que multiplicados den como producto el valor del 3º término.

4) Si los signos de los factores binomios **son diferentes** se buscan dos números que **restados** den el coeficiente del 2º término del binomio y que multiplicados den como producto el valor del 3º término.

5) El resultado de los dos números sumados o restados, y después multiplicados se colocan como segundo términos en cada uno de los factores binomios. (x±d)(x±e)

Al desarrollar los pasos en un trinomio específico se verá mejor la explicación. Vamos pues…

Ejemplos:

a) Factoriza la expresión $x^2 + 11x + 24$

> Extrayendo la raíz cuadrada de x^2 que es = **x**

–> = (x)(x)

> Colocando los signos de los factores binomios:

= (x+)(x+)

> Buscando dos números que sumados sean igual al coeficiente del 2º término del trinomio, y multiplicados sean igual al 3º término del trinomio:

Son **8 y 3** porque 8+3=11 y (8)(3)=24

–> $x^2 + 11x + 24$ = **(x+8)(x+3) Solución.**