



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

ASIGNATURA: ÁLGEBRA SEMANA DE TRABAJO: 10-14 DE MAYO

Guía elaborada por: Profesores Área de Matemáticas

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Realizar operaciones de suma, resta y multiplicación de polinomios, aplicando diferentes métodos algebraicos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Antes de empezar a aprender a sumar o restar polinomios debe recordar **¿Qué son los polinomios y qué propiedades tienen?** Es importante entender **cuál es la parte literal, el grado y saber ordenar sus términos.**

Si todavía no tienes claro estos conceptos te invito a que leas nuevamente la guía de trabajo anterior.

SUMA DE POLINOMIOS

La suma se puede hacer de dos formas distintas: en horizontal y en vertical. Vamos a ver las dos maneras y después puedes elegir cuál te resulta más fácil utilizar.

SUMA DE POLINOMIOS EN HORIZONTAL

Para hacer las operaciones en horizontal primero escribimos un polinomio y seguido en la misma línea escribimos el otro que vamos a sumar o restar. Después, **agrupamos términos semejantes.**

Polinomio 1:

$$x^4 - 3x^2 + x + 1$$

Polinomio 2:

$$x^3 - x^2 + 5x - 2$$

Ejemplo:

Vamos a realizar la suma. Para ello escribimos cada uno rodeado de paréntesis y con el signo de la suma entre ellos.

$$(x^4 - 3x^2 + x + 1) + (x^3 - x^2 + 5x - 2)$$



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

Fíjate en los términos que son semejantes entre los dos polinomios.

No podemos sumar dos términos que tienen distinto grado, solo podemos agrupar los que sean semejantes y después sumar.

En la siguiente imagen están identificados los términos semejantes rodeados con el mismo color.

$$x^4 - 3x^2 + x + 1 + x^3 - x^2 + 5x - 2$$

Diagram showing the addition of two polynomials with terms circled to indicate like terms. The first polynomial is $x^4 - 3x^2 + x + 1$ and the second is $x^3 - x^2 + 5x - 2$. The terms $-3x^2$ and $-x^2$ are circled in orange, x and $5x$ are circled in green, and 1 and -2 are circled in purple. A bracket above the $-3x^2$ and $-x^2$ terms is labeled $-4x^2$.

Igual que hemos hecho con el término de grado 2, debemos sumar los términos de grado 1 y los términos de grado 0.

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1$$

El resultado de la suma es:

SUMA DE POLINOMIOS EN VERTICAL

Para hacer las sumas en vertical debemos escribir el primer polinomio ordenado. En el caso de que sea incompleto es conveniente dejar los huecos libres de los términos que falten. Después, escribimos el siguiente polinomio debajo del anterior, de manera que coincida justo debajo el término semejante al de arriba. Después, ya podemos **sumar cada columna**.

Ejemplo:

Veamos la suma en vertical con los dos polinomios del ejemplo anterior.

Polinomio 1:

$$x^4 - 3x^2 + x + 1$$

Polinomio 2:

$$x^3 - x^2 + 5x - 2$$

Fíjate en el primer polinomio. Hay que escribirlo ordenado y ver si está completo. En este caso falta el término de grado 3, entonces debemos dejar el hueco correspondiente o escribir un cero en su lugar.

$$x^4 + 0 - 3x^2 + x + 1$$



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

Ahora escribimos el segundo debajo del primero, de manera que coincidan los términos semejantes uno debajo de otro.

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 0 - 3x^2 + x + 1 \\
 + \quad x^3 - x^2 + 5x - 2 \\
 \hline
 \end{array}$$

Solo queda sumar cada columna, es decir, sumar los términos semejantes.

	x^4	$+ 0$	$- 3x^2$	$+ x$	$+ 1$
+	x^3	$- x^2$	$+ 5x$	$- 2$	
	x^4	x^3	$- 4x^2$	$+ 6x$	$- 1$

Ya has aprendido a sumar polinomios de dos maneras diferentes: en horizontal y en vertical. ¿Cuál te ha parecido más sencilla?

SMARTIK, Sara Sánchez Ruesgas. (2021) Recuperado de: <https://www.smartick.es/blog/maticas/algebra/sumas-polinomios/>

RESTA DE MONOMIOS

A continuación se muestran diferentes ejemplos posibles en la resta de monomios:

- De **6b** restar **3b**. Determinando el minuendo $+6b$ con su signo y posteriormente el sustraendo $+3b$ con el signo de resta será:

$$6b - (3b) = 6b - 3b = 3b$$

- De **18c** restar **9a**. Determinando el minuendo $+18c$ con su signo y posteriormente el sustraendo $+9a$ con el signo de resta será:

$$18c - (9a) = 18c - 9a$$

En este caso no es posible simplificar ya que cada término tiene diferente letra.

- De **-13a²b** restar **5a²b**. Determinando el minuendo $-13a^2b$ con su signo y posteriormente el sustraendo $+5a^2b$ con el signo de la resta será:

$$-13a^2 - (5a^2b) = -13a^2b - 5a^2b = -18a^2b$$



- De $-8x^2y$ restar $-4ax^2$. Determinando el minuendo $-8x^2y$ con su signo y posteriormente el sustraendo $-4ax^2$ con el signo de la resta será:

$$-8x^2y - (-4ax^2) = -8x^2y + 4ax^2$$

Se recomienda que el primer término sea el positivo, por lo tanto, es posible reacomodar el resultado de la siguiente manera:

$$4ax^2 - 8x^2y$$

RESTA DE POLINOMIOS

Para realizar la resta de dos polinomios, se deben restar los términos de polinomios similares. En otras palabras, la resta de polinomios implica restar términos (restar los polinomios) con la misma parte literal (misma variable y mismo exponente).

En matemáticas, se pueden utilizar dos métodos diferentes para calcular la resta de polinomios: el método vertical y el método horizontal. La siguiente es una explicación de estos dos procesos, pero le recomendamos que primero aprenda a restar un polinomio verticalmente y luego continúe usando el método horizontal. A continuación, usaremos un ejemplo para aprender a restar dos polinomios verticalmente:

RESTA DE POLINOMIOS VERTICAL

- Utilice dos polinomios para realizar la resta $P(X) - Q(X)$:

$$P(X) = 9X^4 + 4X^3 + 7X - 6$$

$$Q(X) = 5X^4 - 6X^3 + 9X^2 - 3X + 2$$

Para encontrar cualquier resta de un polinomio, lo primero que debemos hacer es colocar un polinomio debajo del otro polinomio para que los términos similares de los dos polinomios estén alineados en columnas:

$$\begin{array}{r} 9X^4 + 4X^3 + \quad + 7X - 6 \\ - \quad 5X^4 - 6X^3 + 9X^2 - 3X + 2 \\ \hline \end{array}$$

Si el polinomio no tiene un cierto grado de términos, los espacios deben dejarse en blanco. Por ejemplo, el polinomio $P(X) = 9X^4 + 4X^3 + 7X - 6$ no tiene un polinomio cuadrático, por lo que hay un espacio en blanco en su lugar, esta es la forma de como restar polinomios.



$$\begin{array}{r} X^4 + 4X^3 + X^2 + 7X - 6 \\ - 5X^4 - 6X^3 + 9X^2 - 3X + 2 \\ \hline \end{array}$$

Aunque ahora es posible restar polinomios directamente, es fácil cometer errores si usa este método. Por lo tanto, para realizar una resta de polinomios, es mejor cambiar el signo de todos los términos del polinomio y luego realizar la suma de polinomios del mismo.

$$\begin{array}{r} 9X^4 + 4X^3 + X^2 + 7X - 6 \\ + 5X^4 + 6X^3 - 9X^2 + 3X - 2 \\ \hline \end{array}$$

Porque restar un polinomio es igual a sumar sus polinomios opuestos. Una vez que ordenamos todos los términos de mayor a menor, agregamos los coeficientes de cada columna para hacer que la parte del texto sea igual: Por tanto, el resultado de restar los dos polinomios es:

$$\begin{array}{r} 9X^4 + 4X^3 + X^2 + 7X - 6 \\ + 5X^4 + 6X^3 - 9X^2 + 3X - 2 \\ \hline 4X^4 + 10X^3 - 9X^2 + 10X - 8 \end{array}$$

Por lo que el resultado de la resta de los polinomios es la siguiente:

$$P(X) - Q(X) = 4X^4 + 10X^3 - 9X^2 + 10X - 8$$

RESTA DE LOS POLINOMIOS HORIZONTAL

Hemos visto cómo restar polinomios verticalmente, pero ahora veremos que hay otra forma de restar polinomios: restar polinomios horizontalmente. Por supuesto, este proceso es más rápido que el proceso anterior, pero es necesario tener una mejor comprensión del concepto de polinomios. Entonces, veamos un método que usa la resta de polinomios. Para que pueda ver la diferencia entre los dos métodos, restaremos el mismo polinomio que en el ejemplo anterior:

$$P(X) = 9X^4 + 4X^3 + 7X - 6$$

$$Q(X) = 5X^4 - 6X^3 + 9X^2 - 3X + 2$$

Primero, debemos poner dos polinomios en forma de operaciones algebraicas, es decir, uno tras otro: $9X^4 + 4X^3 + 7X - 6 - (5X^4 - 6X^3 + 9X^2 - 3X + 2)$. El monomio del primer paréntesis



permanece igual, por el contrario, los términos del segundo paréntesis deben cambiar de signo porque van precedidos de un número negativo:

$$P(X) - Q(X) = 9X^4 + 4X^3 + 7X - 6 - 5X^4 + 6X^3 - 9X^2 + 3X - 2$$

Ahora, agrupamos términos que tienen la misma parte de texto en un grupo, es decir, términos que tienen la misma variable (letra) y el mismo índice. Los términos que no son cercanos no se pueden sumar ni restar.

Por tanto, el polinomio obtenido por resta es: $4X^4 + 10X^3 - 9X^2 + 10X - 8$. Como puede ver, logramos los mismos resultados con ambos métodos, por lo que puede utilizar el método más adecuado o que considere que es el más fácil o rápido para su uso.

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

MULTIPLICACIÓN DE UN NÚMERO POR UN POLINOMIO

La multiplicación de un número por un polinomio es, otro polinomio. El polinomio que se obtiene tiene el mismo grado del polinomio inicial. Los coeficientes del polinomio que resulta, son el producto de los coeficientes del polinomio inicial, por el número y dejando las mismas partes literales.

Ejemplos:

- $3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$
- $2(3x^3 + 4x^2 + 2x - 1) = 6x^3 + 8x^2 + 4x - 2$

MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO

En la multiplicación de un monomio por un polinomio se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio. Recordar que primero debemos multiplicar signos, posteriormente multiplicar los monomios correspondientes, para lo cual, se debe multiplicar los coeficientes, y luego, realizar la multiplicación de la parte literal, en donde, al multiplicar variables iguales los exponentes se sumarán.



Ejemplo:

$$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = (3x^2 \cdot 2x^3) - (3x^2 \cdot 3x^2) + (3x^2 \cdot 4x) - (3x^2 \cdot 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Este tipo de operaciones se puede llevar a cabo de dos formas distintas.

MÉTODO 1: PARA MULTIPLICAR POLINOMIOS

Pasos:

1. Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos del segundo polinomio.
2. Se suman los monomios del mismo grado, obteniendo otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios $P(x) = 2x^2 - 3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$.

1. Se multiplica cada monomio del 1° polinomio por todos los elementos del 2° polinomio.

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) = 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x$$

2. Se suman los monomios del mismo grado.

$$P(x) \cdot Q(x) = 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x = 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

3. Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

$$\text{Grado del polinomio} = \text{Grado de } P(x) + \text{Grado de } Q(x) = 2 + 3 = 5 \quad \text{y}$$

$$P(x) \cdot Q(x) = 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

MÉTODO 2: para multiplicar polinomios

También podemos sumar polinomios escribiendo un polinomio debajo del otro.



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

En cada fila se multiplica cada uno de los monomios del segundo polinomio por todos los monomios del primer polinomio. Se colocan los monomios semejantes en la misma columna y posteriormente se suman los monomios semejantes.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios $P(x) = 2x^2 - 3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$.

Como la multiplicación de polinomios cumple la propiedad conmutativa, hemos tomado como polinomio multiplicador el polinomio más sencillo.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \times \quad 2x^2 - 3 \\ \hline -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

https://redes.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Referentes_Calidad/Modelos_Flexibles/Postprimaria/Guias%20del%20estudiante/Matematicas/MT_Grado8.pdf

RECURSOS

RECURSO 1 (SUMA Y RESTA DE MONOMIOS)

https://www.youtube.com/watch?v=fkVflax_Hag

RECURSO 2 (SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS)

<https://www.youtube.com/watch?v=KNoWMEC9u9g>

RECURSO 3 (MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS)

<https://www.youtube.com/watch?v=4rkGF5iQfrk>

RECURSO 4 (MULTIPLICACIÓN DE MONOMIO POR POLINOMIO)

https://www.youtube.com/watch?v=_hHpYgZ6e_s

RECURSO 5 (MULTIPLICACIÓN ENTRE POLINOMIOS)

<https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAlJg>



ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

AHORA A PONER EN PRÁCTICO LO APRENDIDO SOBRE SUMA Y RESTA

EJERCICIO 1. Reduce las siguientes expresiones

- a) $2x^2 - 3x + 4x - 9x^2 =$
- b) $5x^3 - 7x + 2x - 9x^2 + 2x^3 - 5x^2 =$
- c) $3x^2 - 1 - 2x^2 - x^2 =$

EJERCICIO 2. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $(8x^2 - 2x + 1) + (3x^2 + 5x - 8) =$
- b) $(2x^3 - 3x^2 + 5x - 1) + (x^2 + 1 - 3x) =$
- c) $(7x^4 - 5x^5 + 4x^2 - 7) + (x^3 - 3x^2 - 5 + x) - (-3x^4 + 5 - 8x + 2x^3) =$

EJERCICIO 3. Realiza las siguientes operaciones:

- a) De $3x + 4y + 11w$ restar $2x - 4y + 8w$.
- b) De $5xy^2 + 6y + 8w$ restar $5xy^2 + 3y$.
- c) $P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$

ACTIVIDAD 2

AHORA A PONER EN PRÁCTICO LO APRENDIDO SOBRE MULTIPLICACIÓN

EJERCICIO 1.

Efectúa las siguientes multiplicaciones de monomios, dando el resultado simplificado

- a) $3x(4 + 5x^2 - 3x^3)$
- b) $-8(x^2 + 5x - 10)$
- c) $(3x^9)(-2x^4) =$
- d) $(-x^3y^4)(4x^5y^7) =$



Zona de bendición. Piensa en lo que estás pensando. (2017). Recuperado de:
<https://yolbas.files.wordpress.com/2014/05/pensar.gi>



INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CALDAS

"Dignificando la escuela transformamos el mundo"

EJERCICIO 2.

Opera cada uno de los siguientes casos:

a. $P(x) = 6x(3x^2 + 2) - 3x^2(4x - 1)$

c. $Q(x) = 4x^2(5 + 3x) + 6x^2(2 + 8x)$

CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PLAZOS DE ENTREGA

- Desarrolla ejercicios y problemas cuidando procesos (los procedimientos o argumentaciones son fundamentales para la valoración de las actividades planteadas)
- Hace entrega de trabajo propuesto puntualmente y debidamente presentado
- Demuestra compromiso, responsabilidad y honestidad en el taller entregado

NOTA. Este trabajo deberá ser efectuado manualmente, NO en computador, luego debe realizar registro fotográfico de manera tal que esté ordenado, sea nítido y legible para enviar al correo indicado y en un sólo archivo.

Recuerde adjuntar en ASUNTO los datos de **nombre completo, grado, asignatura, nombre del taller enviado y/o fecha**. Tenga presente verificar el **correo de envío de su docente**.

También tenga en cuenta que de enviar su trabajo después de la fecha límite, su nota se verá afectada, por cuanto su valoración no se realizará sobre el nivel de desempeño superior.

La entrega máxima de este trabajo será al culminar el día 14 de Mayo de 2021

INFORMACIÓN DE CONTACTO

DOCENTE

- Nombre: Claudia Marcela Castañeda Sánchez
- Grupos: 8° 1-8° 2-8° 3 y 8° 4
- Correo: marcelacastaneda.iuc@gmail.com