GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA SEMANA DE TRABAJO: 23-27 DE AGOSTO

Biviana Marcela Rodríguez Vargas

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Calcular un valor de un lado determinado en un triángulo rectángulo, usando una razón trigonométrica.
- Identificar el valor de las razones trigonométricas para ángulos notables agudos.

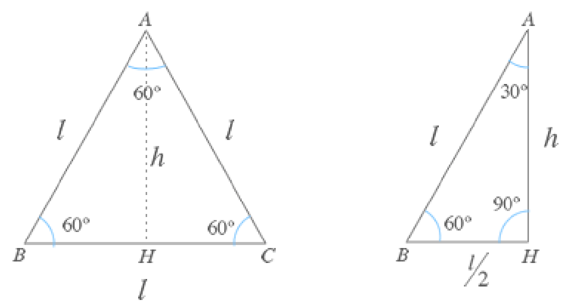
LECTURAS

LECTURA1

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES (30°, 45° Y 60°)

A. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS DE 30° Y 60°

Si cogemos un triángulo equilátero ABC, que como recordarás tiene todos sus lados (l) y sus ángulos IGUALES (60º), y lo dividimos por la mitad obtendremos dos triángulos rectángulos.



DESCOMPOSICIÓN DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO
Al dividir por su altura un triángulo equilátero ABC como el de la figura obtendremos un triángulo rectángulo en el que los vértices A y B tendrán 30º y 60º respectivamente.
Si conocemos el valor de los lados l, podemos calcular el valor de la altura por medio del teorema de Pitágoras:

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Despejando "h":

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Sacando raíz cuadrada a ambos lados:

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}}$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}l^2}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$$

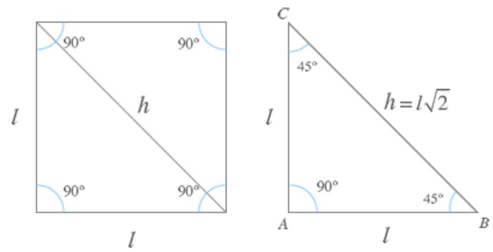
A partir de esta figura y aplicando la definición de seno, coseno y tangente de cualquier ángulo agudo podemos obtener las razones trigonométricas de los ángulos de 30° y 60°

Razones	Razones inversas
$\sin 60^\circ = \frac{h}{l} = cos\ 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{cosec } 60^\circ = \frac{l}{h} = sec\ 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\cos 60^\circ = \frac{l/2}{l} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\sec 60^\circ = \frac{l}{l/2} = \text{cosec } 30^\circ = 2$
$\text{tg } 60^\circ = \frac{h}{l/2} = cotg\ 30^\circ = \sqrt{3}$	$\text{cotg } 60^\circ = \frac{l/2}{\sqrt{3}/2 \cdot l} = tg\ 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Razones	Razones inversas
$\sin 30^\circ = \frac{l/2}{l} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\text{cosec } 30^\circ = \frac{l}{l/2} = 2$
$\cos 30^\circ = \frac{h}{l} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sec 30^\circ = \frac{l}{h} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\text{tg } 30^\circ = \frac{l/2}{h} = \text{cotg } 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\text{cotg } 30^\circ = \frac{h}{l/2} = \sqrt{3}$

B. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS DE 45°

Para determinar las razones trigonométricas de un ángulo de 45° tomaremos un cuadrado de lado l y lo dividiremos por su diagonal provocando que aparezcan dos triángulos isosceles. Recuerda que un triángulo isósceles tiene dos ángulos de 45° y uno de 90°.



Descomposición de un cuadrado

Al dividir un cuadrado de lado l por su diagonal obtenemos dos triángulos isósceles cuya hipotenusa se puede obtener por medio del teorema de Pitágoras.

Si aplicamos las definiciones de las distintas razones trigonométricas sobre el anterior triángulo isósceles obtenemos que:

Razones	Razones inversas
$\sin\ 45^{\circ} = \frac{l}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\operatorname{cosec}\ 45^{\circ} = \frac{h}{l} = \sqrt{2}$
$\cos\ 45^{\circ} = \frac{l}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sec\ 45^{\circ} = \sqrt{2}$
$\operatorname{tg}\ 45^{\circ} = \frac{l}{l} = 1$	$\operatorname{cotg}\ 45^{\circ} = \frac{l}{l} = 1$

Fuente: FISICALAB. (s.f.): Razones trigonométricas de los ángulos de 30, 45 y 60° .
Recuperado de https://www.fisicalab.com/apartado/angulos-30-45-60

POR LO TANTO, LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS DE 30, 45 Y 60° SON:

ÁNGULO	30°	45°	60°
SENO	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
COSENO	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
TANGENTE	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

En el RECURSO 1 encontrarás un video donde puedes ver la explicación de la obtención de éstos valores.

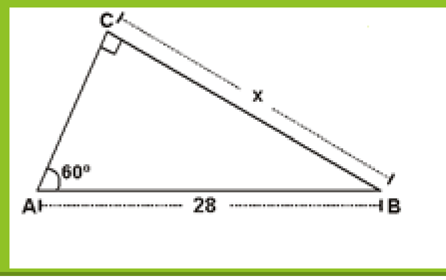
LECTURA 2

SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS CON ÁNGULOS NOTABLES

Tal como vimos en la guía anterior las RAZONES TRIGONOMÉTRICAS sirven para solucionar situaciones en las que se requiere conocer un LADO o un ÁNGULO desconocido de un triángulo rectángulo, tal como:

EJEMPLO 1:

Hallar el valor de "x" de la siguiente gráfica:



Ubicándonos en el ángulo de 60° podemos ver que se tiene la hipotenusa=28, y que lo que se debe calcular es el CATETO OPUESTO:

La razón trigonométrica que relaciona el cateto opuesto y la hipotenusa, es el SENO DEL ÁNGULO:

$$\sin \emptyset = \frac{CO}{HI}$$

$$\sin 60° = \frac{x}{28}$$

Despejando "x":

$$x = 28. \sin 60°$$

Pero como seno de 60°=$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$x = 28.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Simplificando:

$$x = 14\sqrt{3}$$

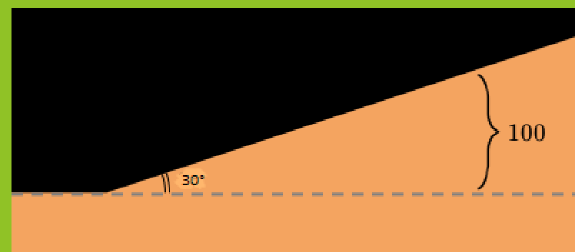
Por lo tanto, la longitud de x es aproximadamente 24,248. Sin embargo, acostúmbrate al lenguaje de $14\sqrt{3}$, dado que éste es muy utilizado en las PRUEBAS SABER, y las pruebas de ingreso a las universidades.

EJEMPLO 2

Galileo quería soltar una bola de madera y una bola de hierro desde una altura de 100 metros y medir el tiempo que tardan en caer.

Encontró una rampa con una inclinación de 30° por la que podía subir para llegar a una altura de 100m.

¿Cuánto tendría Galileo que caminar sobre la rampa?



Como Galileo debe subir la rampa, ésta en el triángulo rectángulo de la figura representa la HIPOTENUSA. Además en el triángulo se tiene el cateto opuesto al ángulo de 30°, y mide 100 metros.

Por lo tanto, se debe utilizar la razón trigonométrica del SENO:

$$\sin 30° = \frac{100}{HIPOTENUSA}$$

Si llamamos la hipotenusa "H", y despejamos, obtenemos:

$$H.\sin 30° = 100$$

$$H = \frac{100}{\sin 30°}$$

Como vimos en la tabla de los valores de las razones trigonométricas, el SENO DE 30° es igual a ½. Reemplazando este valor:

$$H = \frac{\frac{100}{1}}{\frac{1}{2}}$$

Realizando ley de extremos y medios, se tiene:

$$H = \frac{200}{1} = 200\, metros$$

Es decir que a Galileo, le toca subir sobre la rampa 200m para poder quedar a una altura de 100 metros.

RECURSOS

RECURSO 1

VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE 30, 45 Y 60 GRADOS.

Archimedes Tube. (2018). Valores de la funciones trigonométricas de 30, 45 y 60 grados. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=CI4IQSgKzl8

RECURSO 2

EXPLICACIÓN DE LOS EJEMPLOS 1 Y 2

Rodríguez, B. (2020). Problemas de triángulos rectángulos. Recuperado de

https://youtu.be/PvWzFD_rXCo

RECURSO 3

EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3

Rodríguez, B. (2020). Solución de Triángulos II. Recuperado de

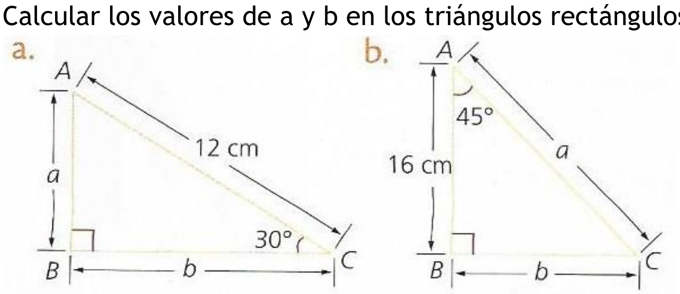
https://youtu.be/O2Jqgw67520

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Desarrollar los siguientes ejercicios, SIN USAR CALCULADORA (los resultados no se pueden expresar en decimales, solo en radicales, fracción,…)

1. Calcular los valores de a y b en los triángulos rectángulos:



2. Hallar el valor numérico de cada expresión: (ver RECURSO 3)

a. $\text{sen}\,\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{3} \cdot \text{sen}\,\frac{\pi}{6}$

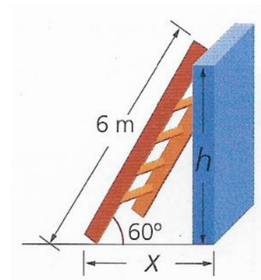
b. $\tan\frac{\pi}{3} - \sec\frac{\pi}{6} + \text{cosec}\,\frac{\pi}{4}$

c. $\cot\frac{\pi}{6} \cdot \text{sen}\,\frac{\pi}{3} \cdot \cot\frac{\pi}{4}$

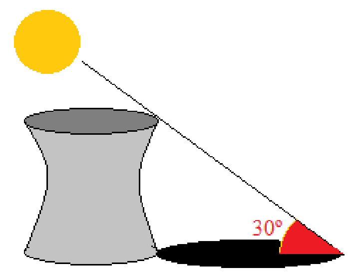
3. Resolver los siguientes problemas:

GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

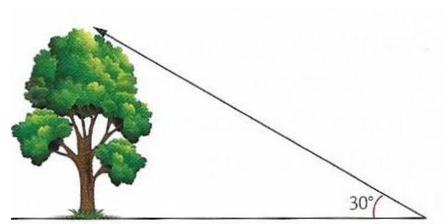
a. Un poste de teléfono está sujeto por medio de varios cables que parten del extremo superior. Uno de estos cables está atado a una estaca situada a 5m del pie del poste y forma con la horizontal un ángulo de 60°. Calcular la altura del poste y la longitud del cable.
b. Hallar el área de un triángulo rectángulo en el cual un ángulo mide 30° y la hipotenusa vale 4.
c. Una escalera de 6m se apoya contra una pared. Si forma un ángulo de 60° con el suelo, ¿Hasta qué altura llega?, ¿A qué distancia de la pared queda la base de la escalera?



d. Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 300 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30º.



e. Cuando la inclinación de los rayos del sol es de 30°, la sombra de un árbol mide 17,32m. ¿Cuál es la altura del árbol?



EVALUACIONES

EVALUACIÓN 1

Desarrollar los ejercicios propuestos en la ACTIVIDAD 1 y enviar foto de la solución al correo rbivianamarcela@gmail.com el DÍA 27 DE AGOSTO.

INFORMACIÓN DE CONTACTO

Si tienen alguna duda, por favor escribir al correo rbivianamarcela@gmail.com, y con gusto les devolveré resueltas sus inquietudes.

DOCENTE

- Nombre: Biviana Marcela Rodríguez Vargas
- Grupos: 10-1, 10-2, 10-3, 10-4, 10-5.
- Correo: rbivianamarcela@gmail.com
- Teléfono: 3148914488