GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

ASIGNATURA: GEOMETRIA 9° GUÍA DE TRABAJO: 30 AGOSTO A 10 DE SEPTIEMBRE

Elaborada por: ÁREA DE MATEMÁTICAS

TEMA: CUERPOS REDONDOS

METAS DE APRENDIZAJE / COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Retomar el estudio de los cuerpos redondos, dada su importancia en el campo de la geometría.
- Describir, clasificar e identificar el cilindro como cuerpo redondo.
- Identificar los elementos de los cilindros.
- Realizar cálculos de áreas y volúmenes con cuerpos redondos, específicamente el cilindro.

MATERIAL DE APOYO

Cuerpos redondos

Los cuerpos redondos son todos aquellos cuerpos geométricos que están delimitados por al menos una superficie curva. Hay tres clases principales de cuerpos redondos: el cilindro, el cono y la esfera. En particular estudiaremos el cilindro circular recto y el cono circular recto que cumplen con la condición de que son generados por una superficie plana que gira en torno a un eje de rotación fijo que es perpendicular a la(s) base(s) de cada cuerpo geométrico.

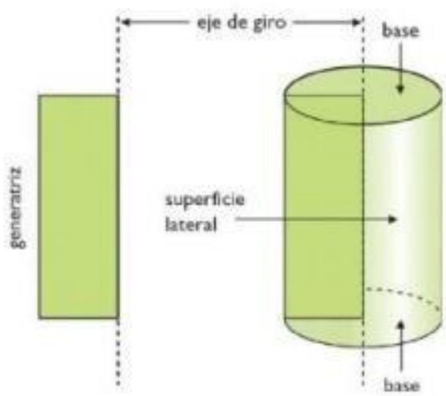
Cilindro

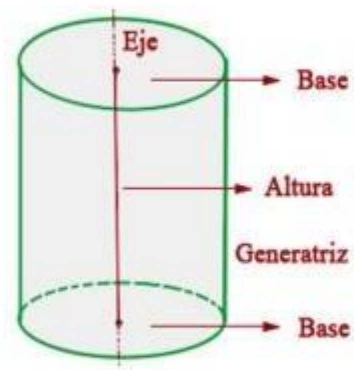
Cuerpo redondo limitado por una superficie cilíndrica y dos bases planas paralelas. La recta que pasa por los centros geométricos de las bases se denomina eje del cilindro (e), y es paralela a la generatriz(g) de la superficie cilíndrica.

Los cilindros pueden ser:

• **cilindro de revolución**: si está limitado por una superficie cilíndrica de revolución. Pueden a su vez ser:

- **cilindro de revolución recto**: si el eje (e), es perpendicular a las bases.
- **cilindro de revolución oblicuo**: si el eje (e), no es perpendicular a las bases.



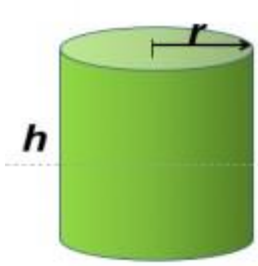


CARAS: Tiene tres caras, dos son circulares planas (llamados bases) y la otra es una superficie curva.

ARISTAS: Tiene dos aristas que coinciden con el borde de las caras planas.

VERTICES: No tiene vértice.

Área y volumen de un cilindro



r: radio del cilindro
h: altura del cilindro

Área lateral: Al

$$\boxed{Al = 2\pi rh}$$

Área de la base: A_B

$$\boxed{A_B = \pi r^2}$$

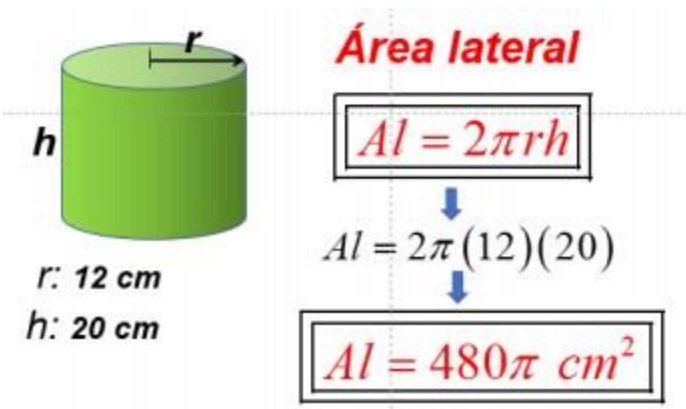
Área total: At

$$\boxed{At = 2A_B + Al}$$

AREA LATERAL:	AREA TOTAL	AREA DE LA BASE	VOLUMEN:
2πrh (altura)	Área lateral + 2 x área basal	Πr^2	área basal x altura o $\Pi r^2 h$

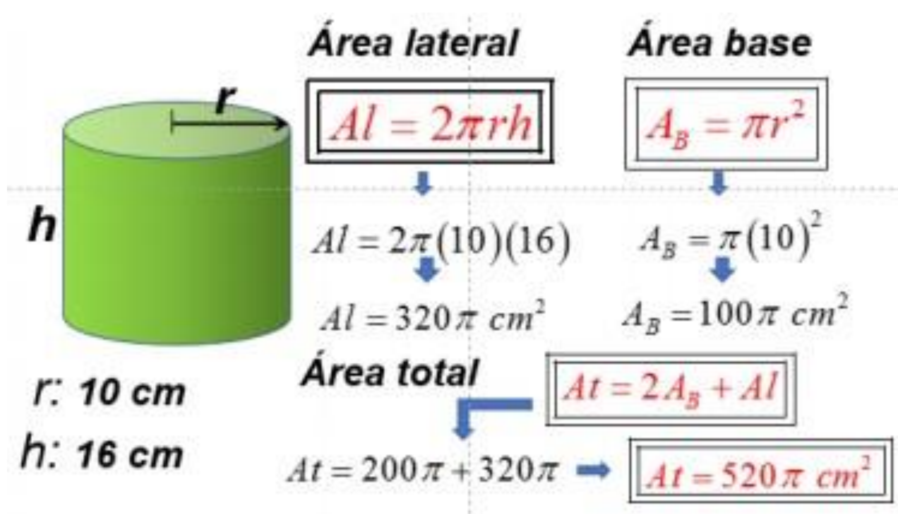
Ejemplo 1

Determinar el área lateral del cilindro si su radio mide 12 cm y su altura 20 cm.



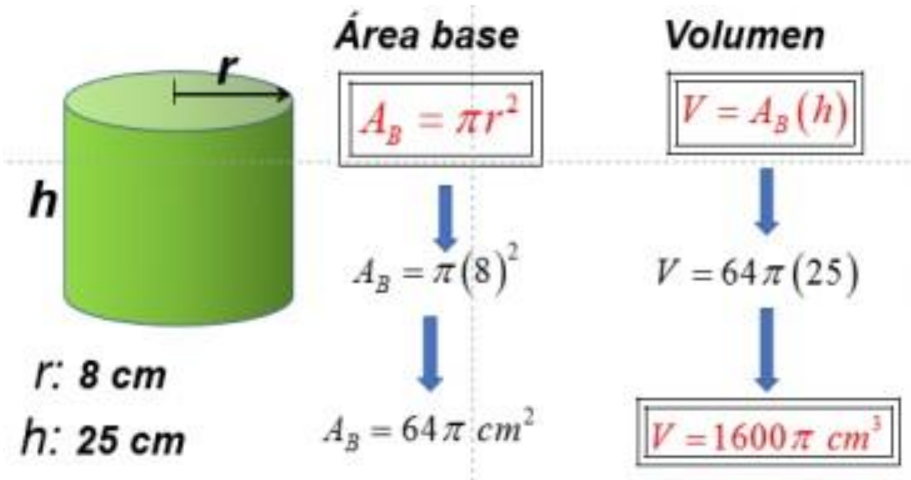
Ejemplo 2

Determinar el área total del cilindro si su radio mide 10 cm y su altura 16 cm.



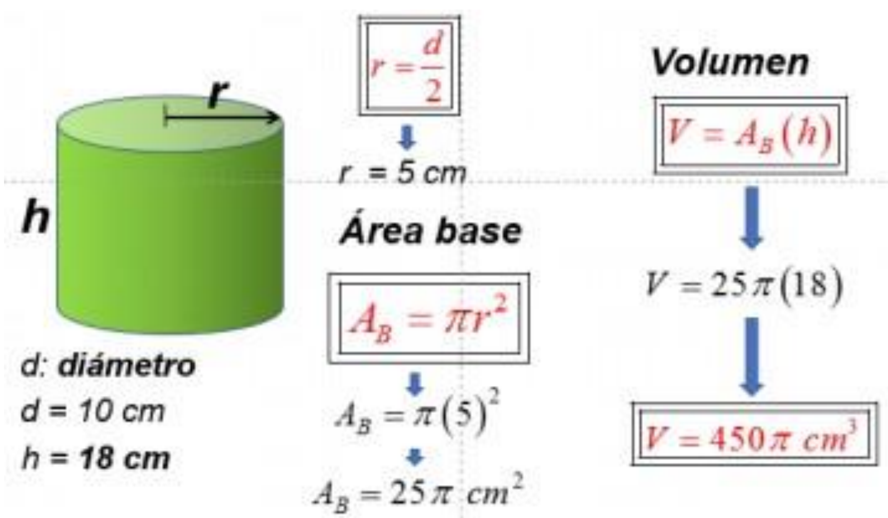
Ejemplo 3

Determinar el volumen del cilindro si su radio mide 8 cm y su altura 25 cm



Ejemplo 4

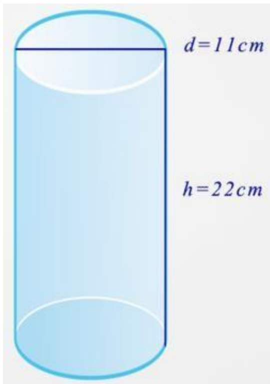
Determinar el volumen del cilindro si su diámetro mide 10 cm y su altura 18 cm

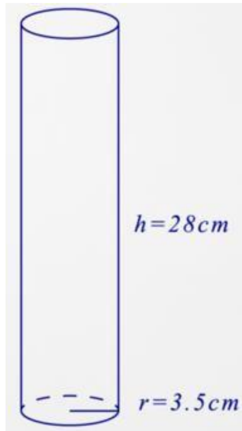


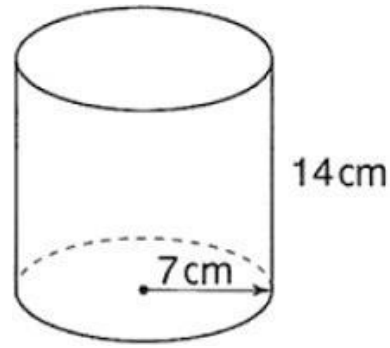
GUÍA DE TRABAJO VIRTUAL

ACTIVIDAD 1

1. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes cilindros.

a. 

b. 

c. 

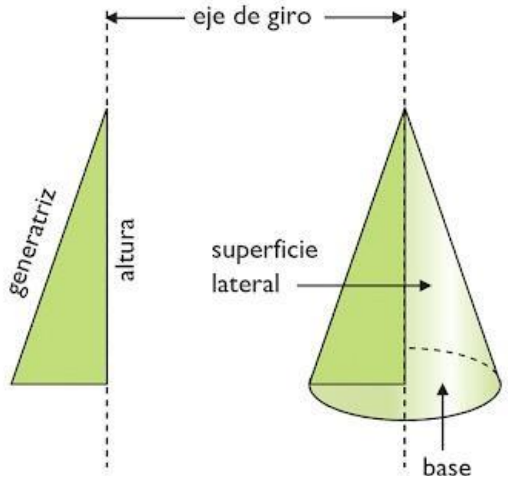
2. En una empresa de enlatados se utilizan recipientes con forma cilíndrica para empacar arvejas como se muestra a continuación:

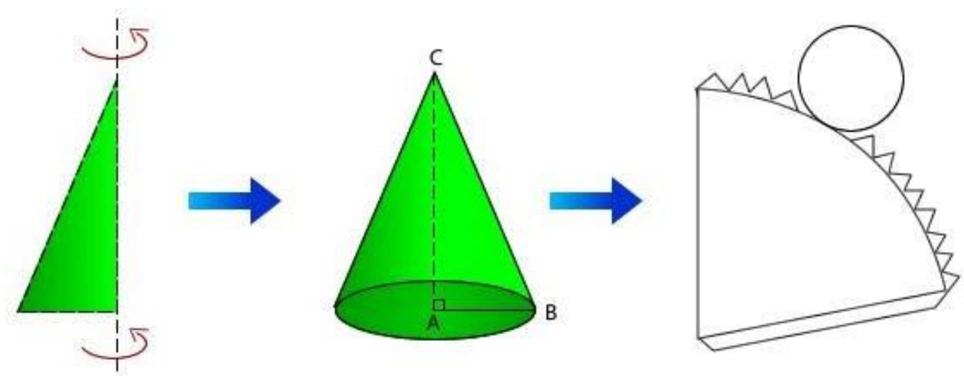
a. ¿Cuál de los dos recipientes tiene mayor capacidad? (en este punto es necesario hallar el volumen de ambas latas y comparar)
b. ¿En cuál de los dos recipientes se utiliza mayor cantidad de hojalata para su elaboración? (en este punto es necesario hallar el área total de ambas latas y comparar)
c. Si en cada recipiente, la etiqueta cubre toda la cara lateral, ¿en cuál de las dos etiquetas se utiliza la mayor cantidad de papel? (es necesario hallar el área lateral de ambas latas y comparar).

Cono

Es un Cuerpo geométrico formado por una superficie lateral curva y cerrada, que termina en un vértice, y un plano que forma su base.

Un cono es un cuerpo de revolución que se genera al girar un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.



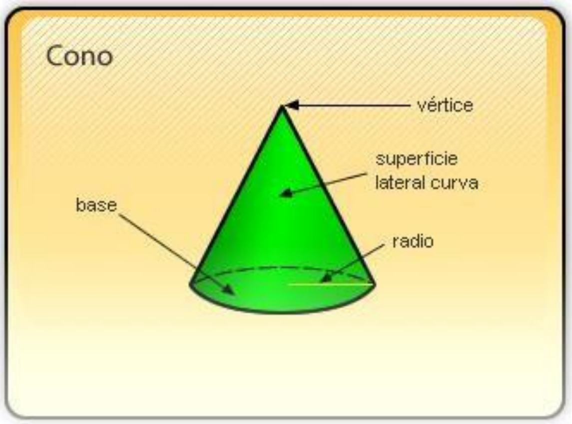


Elementos del cono

En la imagen superior, podemos distinguir los elementos de un cono recto:

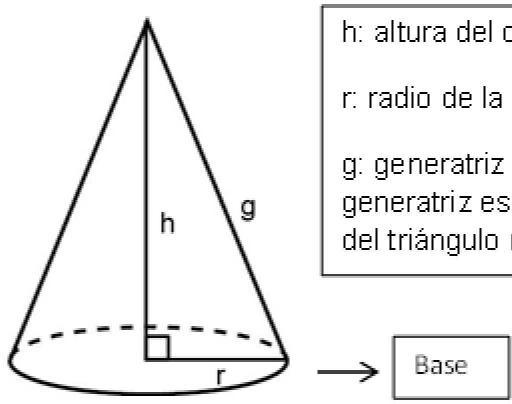
- **Eje:** es el cateto AC. Alrededor de él gira el triángulo rectángulo.
- **Base:** es el círculo que genera la rotación del otro cateto, AB. Por lo tanto AB es el radio del cono. La base se simboliza: O (A, AB).
- **Generatriz:** es la hipotenusa del triángulo rectángulo, BC, que genera la región lateral conocida como manto del cono.
- **Altura:** corresponde al eje del cono, porque une el centro del círculo con la cúspide siendo perpendicular a la base.

El cono tiene una cara basal plana y una cara lateral curva. Posee una arista basal y un vértice llamado cúspide.



Área y volumen de un cono

Para calcular el área o volumen de un cono sólo hacen falta dos de los siguientes 3 datos: altura, radio, generatriz, ya que por el teorema de Pitágoras se puede encontrar el tercero:



h: altura del cono.

r: radio de la base del cono.

g: generatriz del cono.(La generatriz es la hipotenusa del triángulo rectángulo)

La generatriz se calcula como la hipotenusa en el teorema de Pitágoras. En caso de que se necesite hallar la al

$$g = \sqrt{h^2 + r^2}$$

En caso de que se necesite hallar la altura, se despeja de la formula anterior, la altura así:

$$h = \sqrt{g^2 - r^2}$$

El área lateral se calcula así:

$$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

El área total se calcula sumando el área lateral más el área de la base, en este caso un circulo.

$$A_{Total} = \pi . r . g + \pi . r^2$$

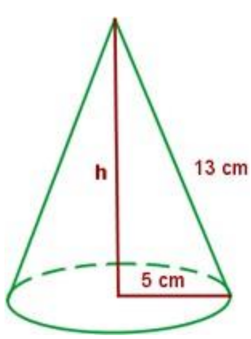
Para hallar el volumen se usa la fórmula:

$$Volumen = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1:

Calcula el **área lateral, total y el volumen de un cono** cuya **generatriz** mide 13 cm y el **radio** de la base es de 5 cm.



1. Primero hallamos el área lateral. Usando la fórmula:

$$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

Conocemos el radio y la generatriz, entonces reemplazamos los valores.

$$A_{lateral} = 3{,}14 \times 5\ cm \times 13\ cm = 204{,}1\ cm^2$$

2. Ahora hallamos el área total. Usamos entonces la siguiente fórmula:

$$A_{Total} = \pi . r . g + \pi . r^2$$

Conocemos el radio y la generatriz, entonces reemplazamos los valores.

$$A_{Total} = 3{,}14 \times 5\ cm \times 13\ cm + 3{,}14 \times 5^2$$

$$A_{Total} = 204{,}1\ cm^2 + 78{,}5\ cm^2$$

$$A_{Total} = 282{,}6\ cm^2$$

3. Ahora hallamos el volumen. Usamos entonces la siguiente formula:

$$Volumen = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

El único dato que no conocemos es el de la altura, pero podemos hallarlo usando la siguiente formula:

$$h = \sqrt{g^2 - r^2}$$

Reemplazamos los valores:

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$h = \sqrt{169 - 25}$$

$$h = \sqrt{144}$$

$$h = 12\ cm$$

como ya conocemos la altura del cono, podemos hallar el volumen.

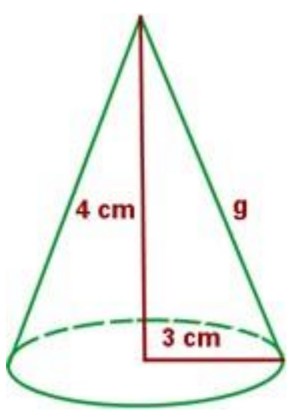
$$Volumen = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$Volumen = \frac{3{,}14\ \times\ 5^2 cm^2 \times 12\ cm}{3} =$$

$$Volumen = \frac{942\ cm^3}{3} = 314\ cm^3$$

Ejemplo 2:

Calcula el **área lateral, total y el volumen de un cono** cuya **altura** mide 4 cm y el **radio** de la base es de 3 cm.



1. Primero hallamos el área lateral. Usando la fórmula:

$$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g$$

El único dato que no conocemos es el de la generatriz, pero podemos hallarlo usando la siguiente formula:

$$\boxed{g = \sqrt{h^2 + r^2}}$$

Reemplazamos los valores:

$$g = \sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$g = \sqrt{16 + 9}$$
$$g = \sqrt{25}$$
$$g = 5\ cm$$

Ahora conocemos el radio y la generatriz, entonces reemplazamos los valore en la formula:

$$\boxed{A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g}$$

$$A_{lateral} = 3{,}14 \times 3\ cm \times 5\ cm = 47{,}1\ cm^2$$

2. Ahora hallamos el área total. Usamos entonces la siguiente fórmula:

$$\boxed{A_{Total} = \pi . r . g + \pi . r^2}$$

Conocemos el radio y la generatriz, entonces reemplazamos los valores.

$$A_{Total} = 3{,}14 \times 3\ cm \times 5\ cm + 3{,}14 \times 3^2$$

$$A_{Total} = 47{,}1\ cm^2 + 28{,}26\ cm^2$$
$$A_{Total} = 75{,}36\ cm^2$$

3. Ahora hallamos el volumen. Usamos entonces la siguiente formula:

$$Volumen = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Reemplazamos los valores:

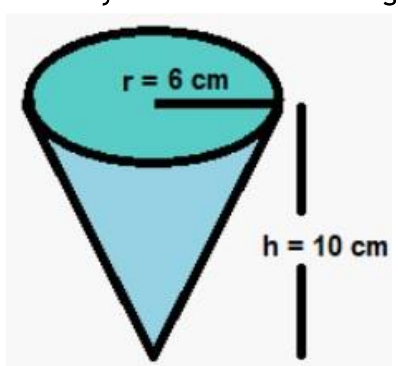
$$Volumen = \frac{3{,}14\ \times\ 3^2 cm^2 \times 4\ cm}{3} =$$

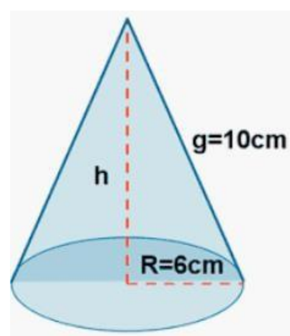
$$Volumen = \frac{113{,}04\ cm^3}{3} = 37{,}68\ cm^3$$

ACTIVIDAD 1

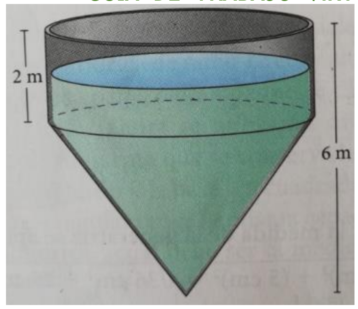
1. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes conos.

a. 

b. 

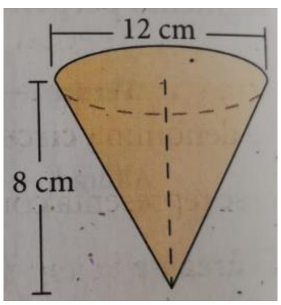
c. 

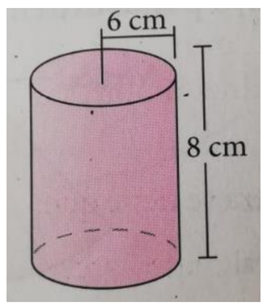
2. El siguiente es un tanque donde se almacena el agua para el riego en época de sequía. Si el radio de la base mide 2,5 m, responde:



a. ¿Cuál es la capacidad del tanque? (en este caso debes hallar el volumen del cilindro, luego el volumen del cono y sumar ambos resultados.
b. Si el agua que hay en el tanque marca una altura de 5 cm, ¿cuánta agua hay en el tanque? (en este caso se repite el procedimiento anterior, con la diferencia de que la altura en el cilindro es de 1 cm, y la del cono sería igual)

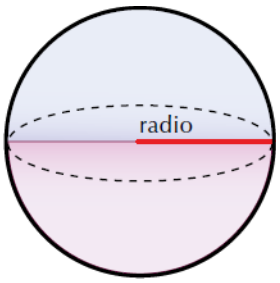
3. Cuál de los siguientes cuerpos geométricos tiene:
   a. Mayor volumen
   b. Mayor área lateral
   c. Mayor área total

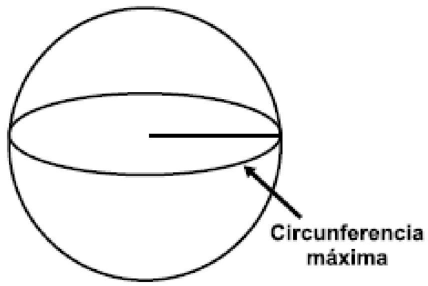
d. 

b. 

La esfera

Es un cuerpo redondo limitado por una superficie curva. Todos los puntos de la superficie de la esfera equidistan de un punto llamado centro.
La distancia entre un punto de la superficie de la esfera y el centro se denomina radio.
La intersección de la superficie de la esfera con un plano que pasa por su centro se denomina circunferencia máxima y el círculo determinado por determinado por esta se denomina círculo máximo.
La esfera de revolución se genera por el giro de un semicírculo (medio circulo) sobre su diámetro.



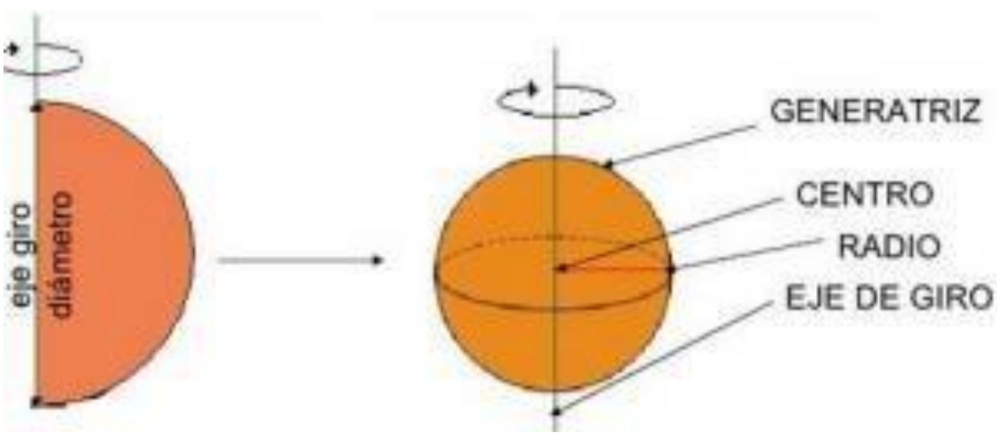


Si se representa con "r" el radio de la esfera se tiene que:

El área de la superficie de la esfera es cuatro veces el área del círculo máximo. $A_E = 4\pi r^2$

El volumen de la esfera se calcula mediante la expresión: $V_E = \frac{4}{3}\pi r^3$ donde r es el radio de la esfera.

Elementos de la esfera

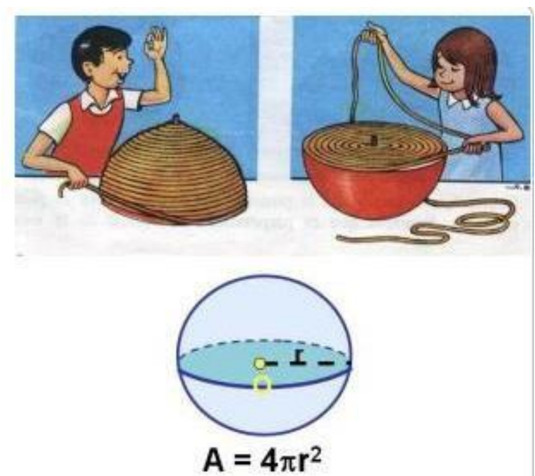


Área de la esfera:

El **área** de una **esfera** de radio **r** es el área de la superficie curva que la limita.

Si colocas una cuerda bordeando toda la superficie lateral de una semiesfera (figura a la izquierda), luego la retiras y la colocas sobre la superficie de uno de sus círculos máximos (figura a la derecha), notarás que dicha cuerda lo cubre 2 veces.

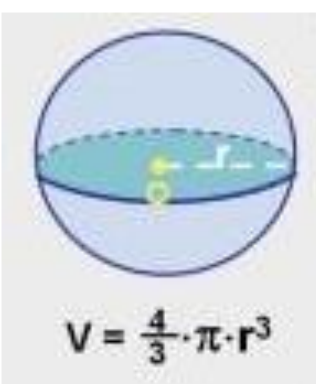
Por tanto, la superficie curva de la esfera será igual a cuatro veces el área de uno de sus círculos máximos



Volumen de la esfera:

El volumen de una **esfera** se calcula como cuatro tercios del producto de **pi** por el cubo de su radio.

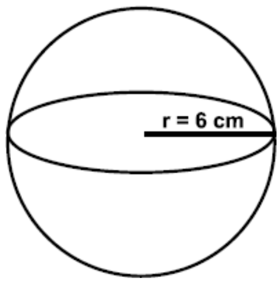
Recuerda que el **volumen** de un cuerpo se expresa en unidades cúbicas.



Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1:

Calcular el área de la superficie de una esfera y su volumen, si su diámetro es 12 cm



Solución:

1. Como la esfera tiene un diámetro de 12 cm, su radio es 6 cm.

2. Luego reemplazamos la medida del radio para calcular el área de la superficie y su volumen.

$$A_{E=}4 \times \pi \times r^2$$

$$A_E = 4 \times 3{,}14 \times 6^2$$

$$A_E = 4 \times 3{,}14 \times 36$$

$$A_E = 452{,}16\ cm^2$$

3. ya que tenemos el área de la esfera, procedemos a calcular el volumen.

$$V_E = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$V_E = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 6^3$$

$$V_E = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 216$$

$$V_E = \frac{4}{3} \times 678{,}24$$

$$V_E = 904{,}32\ cm^3$$

Ejemplo 2:

Una pelota tiene 14 cm de diámetro. Calculemos su área y su volumen.

1. como el radio es la mitad del diámetro y si el diámetro de la esfera es 14 cm, entonces el radio será 7 cm.

2. reemplazamos el valor del radio en la *fórmula* $4\pi r^2$.

$$A_E = 4 \times \pi \times r^2$$

$$A_E = 4 \times 3{,}14 \times 7^2$$

$$A_E = 4 \times 3{,}14 \times 49$$

$$A_E = 615{,}44\ cm^2$$

3. Ahora calculemos su volumen:

$$V_E = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$V_E = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 7^3$$

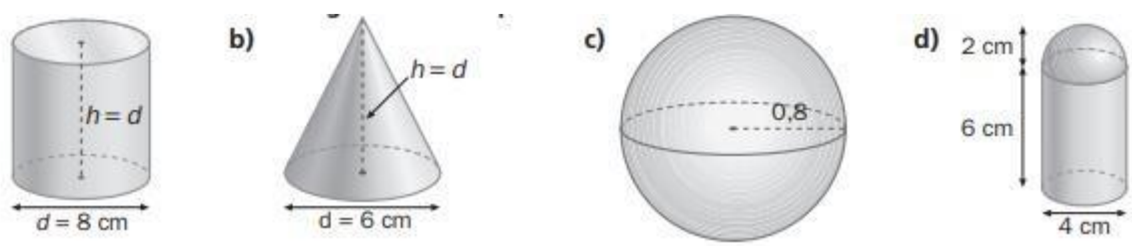
$$V_E = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 343$$

$$V_E = \frac{4}{3} \times 1077{,}02$$

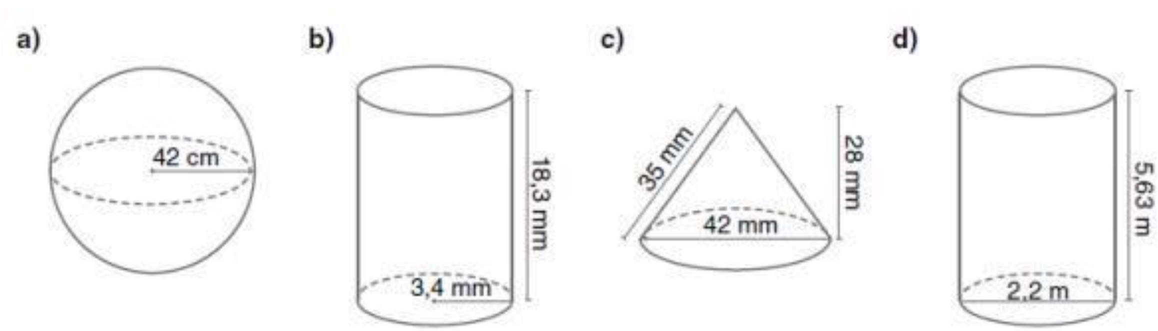
$$V_E = 1436{,}02\ cm^3$$

ACTIVIDAD 1

1. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos (todas las medidas están en centímetros)



2. Calcula el área total y el volumen de los siguientes cuerpos:



3. Iván infla una pelota de caucho soplando por una abertura. Cuando queda totalmente inflada, la pelota tiene la forma de una esfera de 0,5 metros de radio. ¿Cuál es el volumen aproximado del aire que contiene la pelota de Iván?

INFORMACIÓN DE CONTACTO

Docente: Oscar López Botero –
Grados 8ºA – 8ºB
oscarlobotero@gmail.com
316 298 0717

INFORMACIÓN DE CONTACTO
Docente: Mauricio Ríos Mejía Grado 8º C
mauroriosmatematicas@gmail.com
314 227 1248